

# Inhaltsverzeichnis

## Teil I Univariate Zeitreihenanalyse

|          |                                                           |           |
|----------|-----------------------------------------------------------|-----------|
| <b>1</b> | <b>Einführung und grundlegende theoretische Konzepte</b>  | <b>3</b>  |
| 1.1      | Einige Beispiele                                          | 4         |
| 1.2      | Stochastische Prozesse                                    | 7         |
| 1.3      | Stationarität                                             | 9         |
| 1.4      | Einige kanonische Beispiele                               | 12        |
| 1.5      | Eigenschaften der Autokovarianzfunktion                   | 15        |
| 1.5.1    | Charakterisierung                                         | 15        |
| 1.5.2    | Autokovarianzfunktion von MA(1)-Prozessen                 | 16        |
| 1.6      | Übungsaufgaben                                            | 18        |
| <b>2</b> | <b>Stationäre ARMA-Prozesse</b>                           | <b>21</b> |
| 2.1      | Der Lag-Operator                                          | 22        |
| 2.2      | Einige wichtige Spezialfälle                              | 24        |
| 2.2.1    | Moving-average-Prozess $q$ -ter Ordnung                   | 24        |
| 2.2.2    | Autoregressive Prozesse erster Ordnung                    | 25        |
| 2.3      | Kausalität                                                | 28        |
| 2.4      | Invertierbarkeit                                          | 33        |
| 2.5      | Berechnung der Autokovarianzfunktion von ARMA-Prozessen   | 34        |
| 2.5.1    | Erstes Verfahren                                          | 35        |
| 2.5.2    | Zweites Verfahren                                         | 37        |
| 2.6      | Übungsaufgaben                                            | 38        |
| <b>3</b> | <b>Schätzung der ersten zwei Momente</b>                  | <b>41</b> |
| 3.1      | Schätzung des Erwartungswerts                             | 41        |
| 3.2      | Schätzung der Autokovarianz- und Autokorrelationsfunktion | 46        |
| 3.3      | Schätzung der langfristigen Varianz                       | 51        |
| 3.4      | Übungsaufgaben                                            | 57        |

|          |                                                                       |     |
|----------|-----------------------------------------------------------------------|-----|
| <b>4</b> | <b>Prognose stationärer Prozesse</b> .....                            | 59  |
| 4.1      | Theorie der linearen Kleinstquadrate-Prognose .....                   | 59  |
| 4.2      | Prognose aus unendlicher Vergangenheit und der Satz<br>von Wold ..... | 67  |
| 4.3      | Die partielle Autokorrelationsfunktion .....                          | 71  |
| 4.3.1    | Definition .....                                                      | 71  |
| 4.3.2    | Interpretation von ACF und PACF .....                                 | 73  |
| 4.3.3    | Schätzung der PACF .....                                              | 73  |
| 4.4      | Exponentielles Glätten .....                                          | 74  |
| 4.5      | Übungsaufgaben .....                                                  | 78  |
| <b>5</b> | <b>Parameterschätzung in stationären ARMA-Modellen</b> .....          | 81  |
| 5.1      | Yule-Walker-Schätzung für $AR(p)$ -Modelle .....                      | 82  |
| 5.2      | Kleinstquadrate-Schätzung eines $AR(p)$ -Modells .....                | 84  |
| 5.3      | Parameterschätzung für $ARMA(p, q)$ -Modelle .....                    | 86  |
| 5.4      | Schätzung der Ordnungen $p$ und $q$ .....                             | 91  |
| 5.5      | Modellierung stochastischer Prozesse .....                            | 93  |
| 5.6      | Beispiel: Modellierung des realen BIP der USA .....                   | 94  |
| 5.7      | Übungsaufgaben .....                                                  | 101 |
| <b>6</b> | <b>Spektralanalyse und lineare Filter</b> .....                       | 103 |
| 6.1      | Spektrale Dichtefunktion .....                                        | 104 |
| 6.2      | Spektralzerlegung .....                                               | 108 |
| 6.3      | Das Periodogramm und die Schätzung der Spektraldichte .....           | 110 |
| 6.3.1    | Nicht-parametrische Schätzung .....                                   | 110 |
| 6.3.2    | Parametrische Schätzung .....                                         | 113 |
| 6.4      | Zeitinvariante lineare Filter .....                                   | 114 |
| 6.5      | Einige wichtige Filter .....                                          | 119 |
| 6.5.1    | Konstruktion eines Tiefpass- bzw. Hochpass-Filters .....              | 119 |
| 6.5.2    | Der Hodrick-Prescott-Filter .....                                     | 120 |
| 6.5.3    | Saisonale Filter .....                                                | 123 |
| 6.6      | Übungsaufgaben .....                                                  | 125 |
| <b>7</b> | <b>Integrierte Prozesse</b> .....                                     | 129 |
| 7.1      | Eigenschaften und Interpretation .....                                | 129 |
| 7.1.1    | Langfristige Prognose .....                                           | 131 |
| 7.1.2    | Prognosefehlervarianz .....                                           | 132 |
| 7.1.3    | Impulsantwortfunktion .....                                           | 133 |
| 7.1.4    | Die Beveridge-Nelson-Zerlegung .....                                  | 134 |
| 7.2      | Eigenschaften des OLS-Schätzers bei integrierten Prozessen .....      | 136 |
| 7.3      | Tests auf Einheitswurzel .....                                        | 142 |
| 7.3.1    | Dickey-Fuller-Test .....                                              | 143 |
| 7.3.2    | Phillips-Perron-Test (PP-Test) .....                                  | 147 |
| 7.3.3    | Teststrategie .....                                                   | 148 |
| 7.3.4    | Beispiele für Unit-Root-Tests .....                                   | 150 |

|          |                                                                   |            |
|----------|-------------------------------------------------------------------|------------|
| 7.4      | Erweiterungen der Tests auf Einheitswurzel .....                  | 153        |
| 7.4.1    | Strukturbruch in der Trendfunktion .....                          | 153        |
| 7.4.2    | Test auf Stationarität .....                                      | 156        |
| 7.5      | Scheinkorrelation und Kointegration .....                         | 157        |
| 7.6      | Übungsaufgaben .....                                              | 163        |
| <b>8</b> | <b>Modelle der Volatilität .....</b>                              | <b>167</b> |
| 8.1      | Das GARCH(1,1)-Modell .....                                       | 168        |
| 8.1.1    | Definition und Interpretation .....                               | 168        |
| 8.1.2    | Erweiterungen des GARCH(1,1)-Modells .....                        | 175        |
| 8.1.3    | Prognose der bedingten Varianz .....                              | 176        |
| 8.2      | Verallgemeinerte Volatilitätsmodelle .....                        | 177        |
| 8.3      | Tests auf Heteroskedastizität .....                               | 179        |
| 8.3.1    | Autokorrelation der quadrierten Residuen .....                    | 179        |
| 8.3.2    | Lagrange-Multiplikator-Test nach Engle .....                      | 180        |
| 8.4      | Parameterschätzung in GARCH-Modellen .....                        | 180        |
| 8.4.1    | Maximum-Likelihood-Schätzung bei Gauß'schen<br>Innovationen ..... | 180        |
| 8.4.2    | Momentenschätzmethode .....                                       | 183        |
| 8.5      | Beispiel: Swiss Market Index (SMI) .....                          | 185        |
| 8.6      | Übungsaufgaben .....                                              | 192        |

## **Teil II Multivariate Zeitreihenanalyse**

|           |                                                                                                |            |
|-----------|------------------------------------------------------------------------------------------------|------------|
| <b>9</b>  | <b>Einführung .....</b>                                                                        | <b>195</b> |
| <b>10</b> | <b>Definitionen und Stationarität .....</b>                                                    | <b>197</b> |
| <b>11</b> | <b>Schätzung der ersten zwei Momente .....</b>                                                 | <b>203</b> |
| 11.1      | Test auf Unkorreliertheit .....                                                                | 205        |
| 11.2      | Beispiele .....                                                                                | 206        |
| 11.3      | Übungsaufgaben .....                                                                           | 210        |
| <b>12</b> | <b>Stationäre vektor-autoregressive Moving-average-Prozesse<br/>(VARMA-Prozesse) .....</b>     | <b>211</b> |
| 12.1      | Darstellung in Companion-Form .....                                                            | 214        |
| 12.2      | Kausale Darstellung .....                                                                      | 215        |
| 12.3      | Kovarianzfunktion eines stationären und kausalen<br>VAR-Prozesses .....                        | 218        |
| 12.4      | Prognose mittels stationärer und kausaler VAR-Modelle .....                                    | 220        |
| 12.5      | Satz von Wold .....                                                                            | 223        |
| 12.6      | Übungsaufgaben .....                                                                           | 224        |
| <b>13</b> | <b>Schätzung und Modellierung vektor-autoregressiver Modelle<br/>im stationären Fall .....</b> | <b>227</b> |
| 13.1      | Kleinstquadrat-Schätzer .....                                                                  | 228        |
| 13.2      | Der Yule-Walker-Schätzer .....                                                                 | 233        |

|           |                                                                             |            |
|-----------|-----------------------------------------------------------------------------|------------|
| 13.3      | Maximum-Likelihood-Schätzung .....                                          | 235        |
| 13.4      | Modellierung von stationären VAR-Modellen .....                             | 236        |
| 13.5      | Wiener-Granger-Kausalität .....                                             | 237        |
| 13.6      | Asymptotische Eigenschaften des OLS- und des<br>Yule-Walker-Schätzers ..... | 242        |
| 13.7      | Übungsaufgaben .....                                                        | 252        |
| <b>14</b> | <b>Stationäre strukturelle vektor-autoregressive Modelle .....</b>          | <b>253</b> |
| 14.1      | Ein Beispiel .....                                                          | 253        |
| 14.2      | Der allgemeine Fall .....                                                   | 257        |
| 14.3      | Schätzung und Interpretation struktureller VAR-Modelle .....                | 261        |
| 14.3.1    | Schätzung .....                                                             | 261        |
| 14.3.2    | Impulsantwortfunktionen .....                                               | 262        |
| 14.3.3    | Prognosefehlervarianzzerlegung .....                                        | 262        |
| 14.3.4    | Konfidenzintervalle .....                                                   | 263        |
| 14.4      | Strategien zur Identifikation struktureller VAR-Modelle .....               | 265        |
| 14.4.1    | Kurzfristige Restriktionen .....                                            | 266        |
| 14.4.2    | Langfristige Restriktionen .....                                            | 273        |
| 14.4.3    | Heteroskedastizität .....                                                   | 281        |
| 14.4.4    | Nicht-Gauß'sche Verteilungen .....                                          | 282        |
| 14.4.5    | Vorzeichenrestriktionen .....                                               | 285        |
| 14.5      | Übungsaufgaben .....                                                        | 287        |
| <b>15</b> | <b>Kointegrierte vektor-autoregressive Prozesse .....</b>                   | <b>291</b> |
| 15.1      | Ein Beispiel .....                                                          | 291        |
| 15.2      | Definition und Darstellung kointegrierter Prozesse .....                    | 298        |
| 15.2.1    | Definition .....                                                            | 298        |
| 15.2.2    | VAR- und Fehlerkorrekturdarstellung .....                                   | 301        |
| 15.2.3    | Die Beveridge-Nelson-Zerlegung .....                                        | 304        |
| 15.2.4    | Common-Trends-Darstellung .....                                             | 306        |
| 15.3      | Der Johansen-Test auf Kointegration .....                                   | 308        |
| 15.4      | Beispiel .....                                                              | 314        |
| 15.5      | Übungsaufgaben .....                                                        | 317        |
| <b>16</b> | <b>Zustandsraummodelle und der Kalman-Filter .....</b>                      | <b>319</b> |
| 16.1      | Das Zustandsraummodell .....                                                | 320        |
| 16.2      | Beispiele .....                                                             | 323        |
| 16.3      | Filtern und Glätten .....                                                   | 330        |
| 16.3.1    | Der Kalman-Filter .....                                                     | 333        |
| 16.3.2    | Die Kalman-Glättung .....                                                   | 335        |
| 16.4      | Parameterschätzung in Zustandsraummodellen .....                            | 337        |
| 16.4.1    | Die Likelihood-Funktion .....                                               | 338        |
| 16.4.2    | Identifikation .....                                                        | 340        |
| 16.5      | Beispiel: Quartalsschätzung des BIP .....                                   | 340        |
| 16.6      | Übungsaufgaben .....                                                        | 343        |

---

|                                                |         |
|------------------------------------------------|---------|
| <b>17 Weiterentwicklungen des VAR-Modells</b>  | 345     |
| 17.1 Bayesianischer Ansatz                     | 345     |
| 17.1.1 Präliminarien                           | 346     |
| 17.1.2 Bayesianische Parameterschätzung        | 349     |
| 17.2 Modelle mit zeitvariablen Parametern      | 353     |
| 17.2.1 Test auf Strukturbruch                  | 354     |
| 17.2.2 Zeitvariable Parameter                  | 358     |
| 17.2.3 Regimeabhängige Parameter               | 362     |
| 17.3 Übungsaufgabe                             | 368     |
| <br><b>Anhang A Komplexe Zahlen</b>            | <br>369 |
| <b>Anhang B Lineare Differenzengleichungen</b> | 373     |
| <b>Anhang C Stochastische Konvergenz</b>       | 377     |
| <b>Anhang D Die Delta-Methode</b>              | 383     |
| <b>Literaturverzeichnis</b>                    | 387     |
| <b>Stichwortverzeichnis</b>                    | 399     |