

Inhaltsverzeichnis

1	Einführung	1
1.1	Definition und Aufgaben des Leichtbaus	1
1.1.1	Einleitung	1
1.1.2	Was ist Leichtbau?	2
1.2	Strukturanalyse im Leichtbau	11
1.3	Strukturoptimierung im Leichtbau	17
1.4	Klassen von Strukturelementen	23
1.5	Über die Funktionsweise eines Flugzeugrumpfes	32
1.5.1	Hauptkomponenten eines Flugzeugrumpfes	32
1.5.2	Belastungen und Einordnung in Strukturelemente	39
1.6	Fachliche Ausrichtung und Gliederung dieses Buches	41
1.7	Hinweise zur Fachliteratur	45
1.8	Einige Hinweise zur Nomenklatur	46
	Literatur	47

Teil I Grundlagen

2	Grundlagen der Elastizitätstheorie	53
2.1	Einleitung	53
2.2	Spannungszustand	54
2.2.1	Spannungsvektor und Spannungstensor	54
2.2.2	Transformationsbeziehungen	59
2.2.3	Hauptspannungen, Invarianten, Mohrsche Kreise	60
2.2.4	Aufspalten des Spannungstensors	63
2.2.5	Gleichgewichtsbedingungen	64
2.3	Deformation und Verzerrung	67
2.3.1	Einführung	67
2.3.2	Green-Lagrangescher Verzerrungstensor	70
2.3.3	Von-Kármánsche Verzerrungen	71
2.3.4	Infinitesimaler Verzerrungstensor	72

2.3.5	Kompatibilitätsbedingungen	75
2.3.6	Volumendehnung	76
2.3.7	Aufspalten des infinitesimalen Verzerrungstensors	77
2.4	Konstitutive Gleichungen/Materialgesetz	77
2.4.1	Einführung	77
2.4.2	Das verallgemeinerte Hookesche Gesetz	78
2.4.3	Verzerrungsenergie	81
2.4.4	Komplementäre Verzerrungsenergie	84
2.5	Randwertprobleme	85
2.6	Materialsymmetrien	87
2.6.1	Vollständige Anisotropie	88
2.6.2	Monoklinie/Monotropie	89
2.6.3	Orthogonale Anisotropie/Orthotropie	91
2.6.4	Transversale Isotropie/Querisotropie	93
2.6.5	Isotropie	94
2.6.6	Darstellung in Ingenieurkonstanten	95
2.6.7	Wertebereiche für die Materialparameter	97
2.6.8	Alternative Darstellung isotroper Materialien	100
2.7	Transformationsregeln	104
2.8	Hygrothermische Probleme	108
2.9	Darstellung der Grundgleichungen in Zylinderkoordinaten	110
	Literatur	114
3	Ebene Probleme	115
3.1	Einleitung	115
3.2	Flächentragwerke	116
3.2.1	Ebene Flächentragwerke: Scheiben und Platten	116
3.2.2	Gekrümmte Flächentragwerke: Schalen	119
3.3	Ebener Verzerrungszustand	119
3.4	Ebener Spannungszustand	122
3.5	Spannungstransformation	124
3.5.1	Grundlegendes	124
3.5.2	Hauptspannungen	126
3.5.3	Mohrscher Kreis	129
3.6	Verzerrungstransformation	134
3.7	Formulierung für orthotrope Materialien	135
3.7.1	Ebener Spannungszustand	136
3.7.2	Ebener Verzerrungszustand	140
3.8	Formulierung in Polarkoordinaten	141
	Literatur	143

4	Festigkeitshypothesen für isotrope Materialien	145
4.1	Einleitung	145
4.2	Hauptspannungshypothese	148
4.3	Hauptdehnungshypothese	149
4.4	Formänderungsenergiehypothese	150
4.5	Gestaltänderungsenergiehypothese	151
4.6	Fließbedingung von Tresca	152
4.7	Coulomb-Mohr-Hypothese	153
4.8	Drucker-Prager-Hypothese	156
4.9	Cuntzes Versagensmoduskonzept	157
	Literatur	159

Teil II Dünnwandige Stab- und Balkenstrukturen

5	Balken unter Normalkraft und Biegung	163
5.1	Einleitung	163
5.2	Grundgleichungen für ein beliebiges Bezugssystem	166
5.3	Erste Querschnittsnormierung: Schwerpunkt S	176
5.4	Zweite Querschnittsnormierung: Hauptachsen	182
5.5	Ausgewählte Grundfälle	189
5.6	Berechnung zusammengesetzter Querschnitte	192
5.7	Berechnung von Durchbiegungen	196
5.7.1	Einfeldbalken	196
5.7.2	Mehrfeldbalken	200
5.8	Stabstrukturen	202
	Literatur	206
6	Querkraftschub	209
6.1	Einleitung	209
6.2	Schubspannungen in offenen Querschnitten	210
6.2.1	Grundgleichungen	210
6.2.2	Vereinfachende Betrachtung eines I-Querschnitts	218
6.2.3	Einheitsschubfluss	219
6.3	Schubspannungen in geschlossenen Querschnitten	220
6.3.1	Einzellige Querschnitte	220
6.3.2	Mehrzellige Querschnitte	226
6.3.3	Gemischte Querschnitte	236
6.3.4	Nutzung von Symmetrieeigenschaften	236
6.4	Schubmittelpunkt	237
6.4.1	Offene Querschnitte	237
6.4.2	Geschlossene Querschnitte	245
	Literatur	248

7	St. Venantsche Torsion	251
7.1	Einleitung	251
7.2	Annahmen und konstitutives Gesetz	253
7.3	Beliebige dünnwandige Hohlquerschnitte	258
7.4	Offene dünnwandige Querschnitte	264
7.5	Vergleich geschlossener und offener Querschnitte	267
7.6	Mehrzellige Querschnitte	268
7.7	Zusammengesetzte Querschnitte	275
7.8	Ideelle Wanddicken	276
7.8.1	Fachwerkträger	276
7.8.2	Ausgesteifte Kastenträger	279
7.9	Schnittgrößenermittlung	282
	Literatur	286
8	Wölbkrafttorsion	289
8.1	Einleitung	289
8.2	Verwölbung offener Querschnitte	293
8.3	Verwölbung geschlossener Querschnitte	297
8.3.1	Einzellige Querschnitte	297
8.3.2	Mehrzellige Querschnitte	302
8.4	Einheitsverwölbung bezüglich des Schubmittelpunktes	302
8.5	Die Biegetorsion I. Ordnung	303
8.6	Querschnittsnormierungen	306
8.6.1	Erste Querschnittsnormierung: Schwerpunkt S	306
8.6.2	Zweite Querschnittsnormierung: Hauptachsen	307
8.7	Berechnungsbeispiel	309
8.8	Ausgewählte Grundfälle	313
8.8.1	Doppelt symmetrischer I-Querschnitt	313
8.8.2	Einfach symmetrischer I-Querschnitt	314
8.8.3	C-Querschnitt	316
8.8.4	Z-Querschnitt	318
8.9	Schnittgrößenermittlung	319
8.9.1	Differentialgleichung der Wölbkrafttorsion	319
8.9.2	Ausgewählte Grundfälle	322
8.9.3	Normalkrafteinflüsse	328
8.10	Spannungsberechnung	330
8.11	Vergleich offener und geschlossener Querschnitt	332
	Literatur	340

Teil III Arbeits- und Energiemethoden

9	Arbeit und Energie	345
9.1	Einleitung	345
9.2	Arbeit und Energie	345
9.2.1	Grundlegendes	345
9.2.2	Innere und äußere Arbeit	347
9.2.3	Arbeitssatz und Energieerhaltungssatz	349
9.3	Verzerrungsenergie und komplementäre Verzerrungsenergie	351
9.3.1	Der Stab	351
9.3.2	Der Euler-Bernoulli-Balken	354
9.3.3	Der Torsionsstab	359
9.3.4	Kombinierte Beanspruchung	361
9.3.5	Verallgemeinerung für das Kontinuum	361
9.4	Anwendung des Arbeitssatzes auf elastische Formänderungen	363
9.5	Allgemeiner Arbeitssatz der Elastostatik	366
	Literatur	368
10	Das Prinzip der virtuellen Verrückungen	369
10.1	Einleitung	369
10.2	Virtuelle Verrückungen und virtuelle Arbeiten	369
10.3	Das Prinzip der virtuellen Verrückungen	373
10.3.1	Ermittlung von Kraftgrößen an statisch bestimmten Systemen	373
10.3.2	Einflusslinien für Kraftgrößen an statisch bestimmten Systemen	377
10.4	Polpläne und kinematische Ketten	382
10.5	Rechenregeln zum Umgang mit dem Variationsoperator δ	391
10.6	Formulierung für das Kontinuum	393
10.7	Anwendung auf den Stab	394
10.8	Anwendung auf den Euler-Bernoulli-Balken	396
10.9	Anwendung auf den Torsionsstab	398
10.10	Anwendung bei kombinierter Belastung	399
	Literatur	402
11	Das Prinzip vom Stationärwert des Gesamtpotentials	403
11.1	Einleitung	403
11.2	Grundlegendes zur Variationsrechnung	403
11.2.1	Grundfunktion mit Ableitungen erster Ordnung	404
11.2.2	Grundfunktion mit Ableitungen zweiter Ordnung	406
11.2.3	Grundfunktion mit Ableitungen n -ter Ordnung	408
11.2.4	Grundfunktion mit n Funktionen mit Ableitungen erster Ordnung	410

11.3	Das Prinzip vom Stationärwert des elastischen Gesamtpotentials . . .	411
11.3.1	Anwendung auf den Stab	413
11.3.2	Anwendung auf den Euler-Bernoulli-Balken	416
11.3.3	Anwendung auf den Torsionsstab	420
11.3.4	Anwendung bei kombinierter Belastung	422
11.4	Der 1. Satz von Castigliano	423
11.5	Der Satz von Clapeyron	424
	Literatur	424
12	Das Prinzip der virtuellen Kräfte	425
12.1	Einleitung	425
12.2	Virtuelle Kräfte und komplementäre virtuelle Arbeit	425
12.3	Das Prinzip der virtuellen Kräfte	427
12.4	Das Einheits-Last-Theorem	428
12.5	Das Prinzip vom Stationärwert des elastischen Komplementärpotentials	432
12.6	Der 2. Satz von Castigliano	433
12.7	Der Satz von Menabrea	435
12.8	Das Kraftgrößenverfahren	437
12.8.1	Berechnung von Formänderungen an statisch bestimmten Systemen	437
12.8.2	Berechnung einfach statisch unbestimmter Systeme	444
12.9	Reziprozitätstheoreme	448
12.9.1	Der Satz von Betti	448
12.9.2	Der Satz von Maxwell	450
12.10	Berechnung mehrfach statisch unbestimmter Systeme	450
12.11	Einflusslinien für Formänderungen statisch bestimmter Systeme	456
12.12	Der Reduktionssatz der Statik	457
12.13	Berechnung von Durchlaufträgern	462
	Literatur	467
13	Energiebasierte Näherungsverfahren	469
13.1	Einleitung	469
13.2	Das Ritz-Verfahren	470
13.2.1	Der Euler-Bernoulli-Balken	471
13.2.2	Der Stab	484
13.2.3	Der Torsionsstab	485
13.3	Das Galerkin-Verfahren	486
	Literatur	491

14 Die Finite-Elemente-Methode 493

14.1 Einleitung 493

14.2 Finite Elemente für ebene Fachwerke 495

14.2.1 Elementformulierung und Berechnungsablauf 495

14.2.2 Statisch unbestimmte Fachwerke 507

14.2.3 Beispiele 509

14.3 Finite Elemente für ebene Systeme gerader Stäbe 516

14.3.1 Das Zwei-Knoten-Stabelement 516

14.3.2 Das Drei-Knoten-Stabelement 526

14.4 Finite Elemente für ebene Systeme gerader Balken 528

14.4.1 Das Zwei-Knoten-Balkenelement 528

14.4.2 Qualität der Lösung, Konvergenzverhalten 535

14.4.3 Das Drei-Knoten-Balkenelement 537

14.4.4 Vergleich Ritz/FEM 539

14.5 Finite Elemente für Torsionsstäbe 547

Literatur 549

Teil IV Weiterführende Stab- und Balkenmodelle

15 Schubfeldträger 553

15.1 Einleitung 553

15.2 Rechteckfelder 554

15.2.1 Ermittlung von Steifenkräften und Schubflüssen 554

15.2.2 Ermittlung von Formänderungen 560

15.3 Parallelogrammfelder 562

15.4 Trapezfelder 564

15.5 Statisch unbestimmte Schubfeldträger 568

15.6 Anwendungen des Schubfeldträgermodells 571

15.6.1 Biegesteife Trägerverbindungen 571

15.6.2 Großflächige ausgesteifte Strukturen 574

15.6.3 Lasteinleitungen 576

15.6.4 Überlappungsklebungen 582

15.6.5 Schubwandträger 583

Literatur 588

16 Der schubweiche Balken 589

16.1 Einleitung 589

16.2 Kinematik und Konstitutivgesetz 590

16.3 Durchbiegungen und Spannungen 592

16.4 Elementare Beispiele 595

16.5 Schubkorrekturfaktor K 597

16.6	Energetische Betrachtung	602
16.7	Das Kraftgrößenverfahren	604
16.7.1	Verformungsberechnung	604
16.7.2	Statisch unbestimmte Systeme	606
16.8	Das Ritz-Verfahren	607
16.9	Finites Balkenelement	610
	Literatur	613
17	Hybridstäbe und -balken	615
17.1	Einleitung	615
17.2	Balken unter Normalkraft und Biegung	617
17.2.1	Grundgleichungen für ein beliebiges Bezugssystem	617
17.2.2	Erste Querschnittsnormierung: Ideeller Schwerpunkt	620
17.2.3	Zweite Querschnittsnormierung: Hauptachsen	623
17.2.4	Ausgewählte Grundfälle	625
17.3	Querkraftschub	632
17.3.1	Schubflussermittlung am offenen Querschnitt	632
17.3.2	Schubflussermittlung am geschlossenen Querschnitt	636
17.3.3	Ideeller Schubmittelpunkt	640
17.4	Torsion dünnwandiger Hybridstäbe	642
	Literatur	644
18	Laminat- und Sandwichträger	645
18.1	Klassische Laminattheorie	645
18.1.1	Konstitutivgesetz und Gleichgewichtsbedingungen	646
18.1.2	Spannungsberechnung	650
18.1.3	Verformungsberechnung	652
18.1.4	Energetische Betrachtung	653
18.1.5	Das Ritz-Verfahren	655
18.2	Schubdeformationstheorie 1. Ordnung	658
18.2.1	Konstitutivgesetz und Gleichgewichtsbedingungen	658
18.2.2	Spannungsberechnung	661
18.2.3	Verformungsberechnung	661
18.2.4	Energetische Betrachtung	663
18.3	Sandwichstäbe und -balken	664
18.3.1	Einleitung	664
18.3.2	Konstitutivgesetz	665
18.3.3	Spannungsberechnung	669
	Literatur	670
	Stichwortverzeichnis	671