

Inhaltsverzeichnis

I Grundlagen	1
1 Einführung	3
Literatur	9
2 Verzeichnis der verwendeten Symbole	11
2.1 Allgemeine Bemerkungen zur Schreibweise	11
2.2 Mathematische Größen	13
2.3 Physikalische Größen	18
3 Beziehungen der Matrizenrechnung	23
3.1 Definitionen	24
3.1.1 Spaltenvektor und Zeilenvektor	24
3.1.2 Matrix	24
3.2 Produkte von Matrizen	25
3.2.1 Skalarprodukt (Zeile mal Spalte)	25
3.2.2 Dyadisches Produkt (Spalte mal Zeile)	26
3.2.3 Matrizenprodukt	26
3.2.4 Lineares Gleichungssystem	28
3.2.5 Matrizenprodukte mit FALK-Schema	28
3.2.6 Piktogramme der Matrixmultiplikation	30
3.2.7 Rechts- und Linksmultiplikation	30
3.2.8 Matrixtransformationen	30
3.3 Inverse Matrix und adjungierte Matrix	32
3.4 Formale Matrizen und Produkte	33
3.5 Spezielle Matrizen	35
3.5.1 Einheitsmatrix	35
3.5.2 Diagonalmatrizen	35

3.5.3	Orthogonale Matrizen	36
3.6	Spezielle Beziehungen	37
3.6.1	Distributivität und Assoziativität	37
3.6.2	Ausklammern	38
3.6.3	Blockmatrizen	38
3.6.4	Transponierung und Inversion	39
3.6.5	Determinante und Spur für $n \times n$ -Matrizen	39
3.6.6	LAPLACE'scher Entwicklungssatz	39
3.6.7	Additions- und Determinantensatz	39
3.6.8	Differentiation von Matrizen	41
3.6.9	Ableitung von Determinanten	41
3.7	Summen als Matrizenprodukte	42
3.7.1	Einfache Summe	42
3.7.2	Doppelsummen	43
3.7.3	vec-Operator	44
3.8	Erweiterung der Matrixmultiplikation	46
3.8.1	Höhere Matrizen	46
3.8.2	Tensoren 3. und 4. Stufe	48
3.9	Grenzen der Berechnung mit Matrizen	52
	Literatur	53
4	Physikalische Größen und Felder	54
4.1	Zielsetzung der Physik	54
4.2	Transformation physikalischer Größen	56
4.3	Physikalische Felder	57
4.3.1	Der Begriff des Feldes	57
4.3.2	Beispiele für Felder und ihre Darstellungen	58
II	Vektorrechnung	61
5	Vektorbeziehungen	63
5.1	Grundlegende Eigenschaften von Vektoren	63
5.1.1	Affiner Vektorbegriff	64
5.1.2	Vektoraddition	64
5.1.3	Skalarprodukt und metrische Eigenschaften	65
5.1.4	Einheitsvektoren	66
5.1.5	Kreuzprodukt	67

5.2	Mehrfachprodukte der Vektorrechnung	68
5.2.1	Spatprodukt	68
5.2.2	Doppeltes Kreuzprodukt, Entwicklungssatz	69
5.2.3	Vierfachprodukt, Identität von LAGRANGE	69
5.2.4	GRAM'sche Determinante	70
5.3	Physikalische Einteilung der Vektoren	71
5.3.1	Inversion des Koordinatensystems	71
5.3.2	Polare Vektoren	71
5.3.3	Axiale Vektoren	72
5.3.4	Flächenelement	73
5.3.5	Multiplikative Verknüpfung von Skalaren und Vektoren	74
5.3.6	Beispiele physikalischer Skalare und Vektoren	75
5.4	Vektoren im Raum	76
5.4.1	Zerlegung eines Vektors bezüglich einer Richtung	76
5.4.2	Vektordarstellung von Ebenen	77
5.5	GRAM'sche Matrizen	80
5.5.1	GRAM'sche Matrix für zwei Sätze von Vektoren	80
5.5.2	Reziproke Vektoren und Reziprozitätsbedingung	81
5.5.3	Vektorzerlegung nach reziproken Vektoren	81
5.6	Ableitung von Vektoren	83
5.6.1	Produkte und Einheitsvektor	83
5.6.2	Bewegung von Punkten auf Bahnkurven	83
5.6.3	Geradlinige Bahnkurve	85
5.6.4	Kreisförmige Bahnkurve	85
5.6.5	Relativbewegungen	88
5.6.6	Grundgrößen von Raumkurven	90
5.6.7	Ableitungen in Koordinatensystemen	100
5.7	Integration von Vektorfunktionen	101
	Literatur	103
6	Geradlinige Koordinatensysteme	105
6.1	Notwendigkeit und Bedeutung	105
6.2	Begriffe der Tensorrechnung	106
6.3	Kartesische Koordinatensysteme	107
6.3.1	Eigenschaften der kartesischen Basisvektoren	107
6.3.2	Basisvektoren bei Basiswechsel	109
6.3.3	Eigenschaften orthogonaler Transformationen	109
6.4	Kovariante Basis als Grundsystem	111

6.4.1	Grundvektoren als kovariante Basisvektoren	111
6.4.2	Darstellung im kartesischen System	111
6.5	Kontravariante Basis	112
6.5.1	Kontravariante Basisvektoren	112
6.5.2	Darstellung im kartesischen System	112
6.6	Reziproke Basissysteme	113
6.6.1	Reziprozitätsbedingung bei ungleicher Indexstellung	113
6.6.2	Graphische Darstellung reziproker Vektoren	114
6.6.3	Metrikmatrizen bei gleicher Indexstellung	115
6.6.4	Begründung für zwei Basissysteme	116
6.6.5	Orthogonale Koordinatensysteme	116
6.7	Eigenschaften der Metrikmatrizen	117
6.7.1	Umrechnung der reziproken Basisvektoren	117
6.7.2	Inversion und Kontragredienz	117
6.7.3	Zusammenhang zwischen Koordinatensystemen	118
6.8	Weitere Produkte der Basisvektoren	119
6.8.1	Spatprodukte	119
6.8.2	Vektorprodukte	121
6.9	Basisvektoren bei Basiswechsel	122
6.9.1	Lineare Transformation der Basen	122
6.9.2	Basen bei Drehung des kartesischen Systems	123
6.9.3	Starre Drehung des Gesamtsystems	124
6.9.4	Transformationsmatrix der ebenen Drehung	126
6.9.5	Räumliche Drehung und EULER'sche Winkel	126
6.9.6	Graphische Darstellung der Systemkopplungen	129
6.9.7	Spatprodukte in neuen Systemen	131
6.10	Beispiele für Basissysteme	132
6.10.1	Ko- und kontravariantes System A	132
6.10.2	Ko- und kontravariantes System B	133
6.10.3	Kopplung zwischen System A und System B	133
6.10.4	Ko- und kontravariantes System C mit Drehung	134
6.11	Tabellen	136
	Literatur	140
7	Vektoren und ihre Komponenten	141
7.1	Vektoren in kartesischen Koordinatensystemen	141
7.1.1	Allgemeiner Vektor	141
7.1.2	Ortsvektor	143

7.2	Vektoren in reziproken Systemen	143
7.2.1	Kovariante Basis	143
7.2.2	Kontravariante Komponenten	144
7.2.3	Kontravariante Basis	145
7.2.4	Kovariante Komponenten	145
7.2.5	Forminvariante Darstellung	146
7.2.6	Betrag eines Vektors	147
7.3	Graphische Vektordarstellung	147
7.3.1	Parallelprojektion in schiefwinkligen Systemen	147
7.3.2	Orthogonalprojektion im schiefwinkligen System	147
7.4	Beträge und Längen der Vektorkomponenten	149
7.4.1	Geometrische Beziehungen	149
7.4.2	Physikalische Vektorkomponenten	150
7.5	Umrechnung der Komponenten	151
7.6	Produkte von Vektoren	152
7.6.1	Skalarprodukt zweier Vektoren	152
7.6.2	Kreuzprodukt zweier Vektoren	153
7.6.3	Spatprodukt	154
8	Vektorkomponenten bei Basiswechsel	155
8.1	Kartesische Komponenten	155
8.2	Ko- und kontravariante Komponenten	156
8.3	Kogredienz und Kontragredienz	157
8.4	Allgemeine lineare Transformation	157
8.4.1	Definition	157
8.4.2	Wechsel des Koordinatensystems	158
8.4.3	Orthogonale Systeme	158
8.4.4	Reziproke Systeme	159
8.5	Beispiele für Vektortransformationen	160
8.5.1	Vektorvorgabe im kartesischen System	160
8.5.2	Vektordarstellung im System A	160
8.5.3	Vektordarstellung im System B	160
8.5.4	Starre Drehung von System A	161
8.5.5	Physikalische Vektorkomponenten	161
8.6	Tabellen	162

III	Tensoralgebra	165
9	Tensorbegriff und Tensor 2. Stufe	167
9.1	Lineare Vektorfunktion	167
9.1.1	Abbildung von Vektoren und Tensordefinition	167
9.1.2	Linearitätseigenschaft	168
9.1.3	Tensorielles Produkt von Vektoren	169
9.1.4	Projektion als lineare Abbildung	169
9.2	Tensor 2. Stufe in kartesischer Basis	171
9.2.1	Darstellung der Abbildung durch einen Tensor	171
9.2.2	Tensordarstellung und Komponenten	172
9.3	Tensor 2. Stufe in reziproken Basissystemen	173
9.3.1	Tensordarstellung in Summenform	173
9.3.2	Tensorraum	173
9.3.3	Tensorzerlegung	174
9.3.4	Tensordarstellung in Matrizenform	174
9.3.5	Komponentenmatrizen	175
9.3.6	Systemvektoren der Koordinaten	176
9.3.7	Tensorkomponenten bei doppeltem Skalarprodukt	177
9.4	Tensorkomponenten bei gleicher Basis	177
9.5	Tensorkomponenten bei Basiswechsel	178
9.5.1	Transformation der Tensorkomponenten	178
9.5.2	Tensorkomponenten bei starrer Drehung	179
9.5.3	Allgemeine Transformationsregel	180
9.6	Tabellen	181
10	Tensoren und ihre Produkte	184
10.1	Klassifizierung von Tensoren	184
10.1.1	Tensoren beliebiger Stufe	184
10.1.2	Matrixdarstellung	186
10.2	Verjüngung von Tensoren	186
10.2.1	Zielsetzung	186
10.2.2	Verjüngung beim Tensor 2. Stufe	187
10.2.3	Verjüngung höherstufiger Tensoren	188
10.3	Produktbildung bei Tensoren	189
10.3.1	Tensorielles Produkt	189
10.3.2	Skalarprodukte aus Tensor 2. Stufe und Vektor	189
10.3.3	Doppeltes Skalarprodukt beim Tensor 2. Stufe	192

10.3.4	Transponierter Tensor	193
10.3.5	Skalarprodukt zweier Tensoren 2. Stufe	193
10.4	Summationskonvention	194
10.4.1	Begründung	194
10.4.2	Vergleich und Bewertung	195
10.5	Tabelle	199
10.5.1	Hinweise zur Tabelle 10.1	199
10.5.2	Berechnungsbeispiele	199
10.5.3	Systemvektoren	199
	Literatur	201
11	Spezielle Tensoren	202
11.1	Symmetrischer Tensor 2. Stufe	202
11.1.1	Symmetrieeigenschaften der Komponenten	202
11.1.2	Symmetrie der Tensorprodukte	203
11.2	Einheitstensor oder Metriktenor	204
11.2.1	Definierende Eigenschaft	204
11.2.2	Komponenten des Einheitstensors	204
11.2.3	Matrix- und Summenform	205
11.2.4	Metriktenor bei Basiswechsel	205
11.2.5	Überschiebung	206
11.3	Alternierender Tensor 2. Stufe	208
11.3.1	Eigenschaften der Komponenten	208
11.3.2	Antisymmetrie der Tensorprodukte	209
11.3.3	Tensorform des Kreuzproduktes	210
11.4	Tensor-Merkmale und Eigenschaften	211
11.4.1	Additive Tensorzerlegung	211
11.4.2	Dyaden	212
11.4.3	Verjüngung spezieller Tensoren	214
11.5	Tensor 3. Stufe	215
11.5.1	Summenform der Komponenten	215
11.5.2	Matrixdarstellung	215
11.5.3	Komponenten bei Basiswechsel	217
11.6	Vollständige Tensoren gemäß Symmetrie	219
11.6.1	Definition	219
11.6.2	Vollständig symmetrischer Tensor 3. Stufe	219
11.6.3	Vollständig antisymmetrischer Tensor 3. Stufe	219
11.7	ϵ -Tensor	220

11.7.1	Definition gemäß Transformationsverhalten	220
11.7.2	Determinantenform der Tensorkomponenten	222
11.7.3	Räumliche Darstellung	222
11.7.4	Matrix- und Summenform des ϵ -Tensors	222
11.7.5	Skalarprodukte mit dem ϵ -Tensor	224
11.8	Tensorinterpretation von Vektorprodukten	225
11.8.1	Kreuzprodukt	225
11.8.2	Spatprodukt	227
11.8.3	Doppeltes Kreuzprodukt	227
11.8.4	Zusammenfassende Bewertung	228
11.9	KRONECKER-Tensor 6. Stufe	228
11.9.1	Definition und Komponenten	228
11.9.2	Verjüngungen des Kronecker-Tensors	230
12	Hauptachsentransformation	232
12.1	Zielsetzung und Bedingungen der Transformation	232
12.2	Durchführung der Transformation	235
12.2.1	Aufstellung der Gleichungssysteme	235
12.2.2	Charakteristische Gleichung und Eigenwerte	236
12.2.3	Bestimmung der Eigenvektoren	237
12.2.4	Orthogonale Transformationsmatrix	238
12.2.5	Berechnung der Eigenvektoren	239
12.2.6	Normierung der Eigenvektoren	240
12.2.7	Ebener Fall und MOHR'scher Kreis	240
12.3	Invarianten bei Matrixtransformationen	243
12.3.1	Charakteristische Größen der Matrix	243
12.3.2	Invarianten bei Ähnlichkeitstransformation	244
12.3.3	Spektralverschiebung	245
12.3.4	Matrixpotenzen	246
12.3.5	Eigenwerte und Eigenvektoren bei Matrixpotenzen	246
12.3.6	Deviator	248
12.3.7	Tensorinvarianten	248
12.3.8	Tensorprodukt bei Orthogonaltransformation	249
12.4	Quadratische Formen	250
12.4.1	Definition und Auftreten	250
12.4.2	Klassifizierung	251
12.5	Tensorflächen	251
12.5.1	Erzeugung quadratischer Formen	251

12.5.2	Hauptachsentransformation und Tensorellipsoid	252
12.5.3	POINSOT'sche Konstruktion	253
12.6	Beispiele für Hauptachsentransformationen	255
12.6.1	2×2 -Matrix	255
12.6.2	3×3 -Matrix, einfache Eigenwerte	256
12.6.3	3×3 -Matrix, zweifacher Eigenwert	258
12.7	Tabellen	261
	Literatur	264

IV Tensoranalysis 265

13 Allgemeine Funktionssysteme 267

13.1	Eigenschaften eines Funktionssystems	267
13.1.1	Definition des Funktionssatzes	267
13.1.2	Totale Differentiale	268
13.1.3	Funktionalmatrix, JACOBI-Matrix	268
13.1.4	Funktionaldeterminante, JACOBI'sche Determinante	269
13.1.5	Lineares Funktionssystem	269
13.1.6	n -dimensionale Volumenelemente	270
13.2	Inverses Funktionssystem	270
13.2.1	Inverser Funktionssatz und Argumenttausch	270
13.2.2	Kettenregel und Multiplikationssatz	271
13.3	TAYLOR'sche Formel	272
	Literatur	275

14 Krummlinige Koordinatensysteme 276

14.1	Einführung krummliniger Koordinaten	276
14.2	Definition des Koordinatensystems	277
14.3	Grundgrößen der Koordinatensysteme	279
14.3.1	Ortsvektor und kovariante Grundvektoren	279
14.3.2	Wegelement als kontravarianter Vektor	281
14.3.3	Differentielles Abstandsquadrat	281
14.3.4	Wegelement in einer Koordinatenfläche	283
14.3.5	Reziproke, kontravariante Basisvektoren	284
14.3.6	Beziehungen der Funktionalmatrizen	285
14.3.7	Darstellung der Basisvektoren	286
14.4	Metrik des Raumes	287

14.4.1	Metrikkoeffizienten und Klassifizierung	287
14.4.2	Metrikmatrizen und Metriktenor	287
14.4.3	Winkel zwischen Wegelementen	289
14.5	Weitere Berechnungen	290
14.5.1	Spatprodukt	290
14.5.2	Darstellung der kontravarianten Basisvektoren	291
14.5.3	Flächen- und Volumenelemente	291
14.5.4	Darstellung des Ortsvektors	293
14.6	Beispiele krummliniger Koordinatensysteme	295
14.6.1	Wendelkoordinaten	295
14.6.2	Astroidkoordinaten	296
	Literatur	300
15	Transformation der Komponenten	301
15.1	Transformationen bei gleicher Basis	301
15.2	Transformationen bei Basiswechsel	302
15.2.1	Neues Koordinatensystem	302
15.2.2	Umrechnung von Basisvektoren und Metrikmatrizen	303
15.2.3	Umrechnung von Vektor- und Tensorkomponenten	304
15.2.4	Kontragrediente Transformation	305
15.2.5	Gegenüberstellung der Transformationen	306
15.3	Tabellen	307
16	Ableitung der Grundvektoren	309
16.1	Darstellung der Grundvektoren und ihrer Änderungen	309
16.2	Ableitung kovarianter Grundvektoren	311
16.2.1	Schreibweise für Ableitungen nach Koordinaten	311
16.2.2	Durchführung der Ableitung	311
16.3	Zerlegung der Ableitungen	313
16.3.1	Ableitung der kovarianten Grundvektoren	313
16.3.2	Geometrische Bedeutung der CHRISTOFFEL-Symbole	314
16.3.3	Ableitung der kontravarianten Basisvektoren	314
16.3.4	Ableitung der Metrikmatrizen	315
16.3.5	Totales Differential der Basisvektoren	316
16.3.6	Charakter der Grundvektoren und ihrer Ableitungen	317
16.4	CHRISTOFFEL-Symbole und ihre Matrizen	318
16.4.1	Darstellung und Symmetrie der CHRISTOFFEL-Symbole	318
16.4.2	CHRISTOFFEL-Matrizen und H-Matrix	319

16.4.3	L-Symbole und L-Matrix	320
16.4.4	Berechnung der CHRISTOFFEL-Symbole	321
16.5	Spezielle Koordinatensysteme	322
16.5.1	CHRISTOFFEL-Symbole in geradlinigen Systemen . . .	322
16.5.2	CHRISTOFFEL-Symbole in ebenen Systemen	323
16.5.3	CHRISTOFFEL-Symbole in orthogonalen Systemen . . .	323
16.6	CHRISTOFFEL-Symbole bei Basiswechsel	325
16.7	Beispiele für CHRISTOFFEL-Symbole	327
16.7.1	CHRISTOFFEL-Symbole und Ableitungen	327
16.7.2	Wendelkoordinaten	327
16.7.3	Astroidkoordinaten	328
	Literatur	330
17	Differentialoperationen	331
17.1	Gradient skalarer Ortsfunktionen	332
17.1.1	Totales Differential als Skalarprodukt	332
17.1.2	Gradient und Nabla als kovariante Vektoren	332
17.1.3	Deutung des Gradienten, Niveauflächen und Feldlinien	334
17.1.4	Deutung der kontravarianten Basisvektoren	336
17.1.5	Skalare Ortsfunktion bei Basiswechsel	337
17.2	Ableitung von Vektoren und Tensoren	339
17.2.1	Partielle Ableitung der Vektorkomponenten	339
17.2.2	Partielle Ableitung von Vektoren, Vektorableitung . .	339
17.2.3	Kovariante Ableitung von Vektoren	340
17.2.4	Transformation der kovarianten Ableitungen	342
17.2.5	Kovarianzmatrizen	343
17.2.6	Totales Differential und absolute Differentiale	344
17.2.7	Zweite Vektorableitung	346
17.2.8	Kovariante Ableitung von Tensoren, Tensorableitung .	347
17.2.9	Ableitung des Metriktensors, Lemma von RICCI	349
17.2.10	Kovariante Ableitung bei Basiswechsel	350
17.2.11	Überblick über die Ableitungen	350
17.3	Produkte mit Nabla-Vektor	352
17.3.1	Zielsetzung	352
17.3.2	Vektorgradient, Tensor der kovarianten Ableitungen .	353
17.3.3	Vektorgradient der Basisvektoren	355
17.3.4	Gradient von Tensoren 2. Stufe, Tensorgradient	356
17.3.5	Der skalare Operator ($\mathbf{a} \cdot \text{grad}$)	358

17.3.6	Gradientenbildung und Richtungsableitung	359
17.3.7	Divergenz von Vektoren	360
17.3.8	Divergenz von Tensoren 2. Stufe	362
17.3.9	Differentialoperationen des Metrikensors	364
17.3.10	Rotation von Vektoren	364
17.4	Zusammengesetzte Argumente	367
17.4.1	Gradient von Produkten	367
17.4.2	Divergenz von Produkten	368
17.4.3	Rotation von Produkten	368
17.5	Mehrfachprodukte mit Nabla-Vektor	369
17.5.1	Zweistufiger Ableitungstensor	369
17.5.2	Identisch verschwindende Produkte	369
17.5.3	LAPLACE-Operator	370
17.5.4	Vektor-LAPLACE-Operator	371
17.6	HELMHOLTZ-Theorem	372
17.7	Beziehungen für den Abstandsvektor	374
17.7.1	Bedeutung des Abstandsvektors	374
17.7.2	Ableitungen nach verschiedenen Koordinaten	375
17.7.3	Reihenentwicklung des reziproken Abstands	376
17.7.4	Differentialoperationen für den Abstandsvektor	378
17.8	Beispiele für Basisvektoren	381
17.8.1	Zylinderkoordinaten im ebenen Bild	381
17.8.2	Astroidkoordinaten im ebenen Bild	382
17.9	Tabellen	383
	Literatur	386
18	Orthogonale Koordinatensysteme	388
18.1	Krummlinige orthogonale Koordinaten	388
18.1.1	Bedeutung	388
18.1.2	Grundlegende Eigenschaften	389
18.1.3	Metrische Faktoren und Wegelement, Flächen- und Volumenelemente	391
18.1.4	Einheitsvektoren und ihre Umrechnung	392
18.1.5	Prüfung auf Rechtssystem	393
18.2	Ableitung der Einheitsvektoren	393
18.2.1	CHRISTOFFEL-Symbole in orthogonalen Systemen	393
18.2.2	Durchführung der Ableitung und zugehörige Matrizen	396
18.3	Vektor- und Tensorkomponenten	399

18.3.1	Darstellung physikalischer Komponenten	399
18.3.2	Ableitung der Komponenten	401
18.3.3	Vektor- und Tensorableitung	401
18.4	Differentialoperationen	402
18.4.1	Basisvektoren und Maßstäbe	402
18.4.2	Gradient in orthogonalen Koordinaten	403
18.4.3	Divergenz in orthogonalen Koordinaten	403
18.4.4	Rotation in orthogonalen Koordinaten	404
18.4.5	LAPLACE-Operator in orthogonalen Koordinaten	405
18.5	Beispiele von Koordinatensystemen	407
18.5.1	Kartesische Koordinaten	407
18.5.2	Zylinderkoordinaten	411
18.5.3	Kugelkoordinaten	414
18.5.4	Gegenseitige Darstellung der Koordinatensysteme	416
18.5.5	Koordinaten des abgeplatteten Rotationsellipsoids	417
	Literatur	423
19	Integralsätze und zeitabhängige Felder	424
19.1	Grundlegende Integralsätze	424
19.1.1	Fluss von Feldern und GAUSS'scher Satz	424
19.1.2	Zirkulation eines Feldes und STOKES'scher Satz	426
19.1.3	Anschauliche Darstellung von Quellen und Wirbeln	428
19.2	Abgeleitete Integralsätze	430
19.2.1	Sonderfälle des GAUSS'schen Satzes	430
19.2.2	Divergenz-Theorem für Tensoren 2. Stufe	431
19.2.3	Sonderfälle des STOKES'schen Satzes	432
19.2.4	STOKES-Theorem für Tensoren 2. Stufe	433
19.2.5	GREEN'sche Sätze für Skalarfelder	434
19.2.6	STRATTON'sche Sätze für Vektorfelder	435
19.3	Zeitableitung von Feldgrößen	436
19.3.1	Totale Ableitung einer Skalarfunktion nach der Zeit	436
19.3.2	Totale Ableitung einer Vektorfunktion nach der Zeit	437
19.3.3	EULER'sche Differentiationsregel	437
19.4	Zeitliche Ableitung von Integralen	438
19.4.1	Aufgabenstellung	438
19.4.2	Volumenintegral einer skalaren Funktion	440
19.4.3	Flächenintegral einer vektoriellen Funktion	441
19.4.4	Konturintegral einer vektoriellen Funktion	443

Literatur 446

Abbildungsverzeichnis 447

Tabellenverzeichnis 449

Personenverzeichnis 450

Personenbezogene Begriffe 451

Gesamtverzeichnis der Bücher 453

Sachverzeichnis 473