

Inhaltsverzeichnis

1	Grundlagen der Fluidströmung	1
1.1	Einführung	1
1.2	Erhaltungsprinzipien	3
1.3	Massenerhaltung	5
1.4	Impulserhaltung	6
1.5	Erhaltung skalarer Größen	11
1.6	Dimensionslose Form von Gleichungen	12
1.7	Vereinfachte mathematische Modelle	13
1.7.1	Inkompressible Strömung	14
1.7.2	Nichtviskose (Euler) Strömung	15
1.7.3	Potentialströmung	15
1.7.4	Schleichende (Stokes) Strömung	16
1.7.5	Boussinesq-Approximation	17
1.7.6	Grenzschicht-Approximation	17
1.7.7	Modellierung komplexer Strömungsphänomene	18
1.8	Mathematische Klassifikation von Strömungen	19
1.8.1	Hyperbolische Strömungen	19
1.8.2	Parabolische Strömungen	20
1.8.3	Elliptische Strömungen	20
1.8.4	Gemischte Strömungstypen	21
1.9	Plan dieses Buches	21
	Literatur	23
2	Einführung in numerische Methoden	25
2.1	Ansätze zur Lösung von Problemen in der Strömungsmechanik	25
2.2	Was ist CFD?	27
2.3	Möglichkeiten und Grenzen der numerischen Methoden	28
2.4	Komponenten einer numerischen Lösungsmethode	30
2.4.1	Mathematisches Modell	30
2.4.2	Diskretisierungsmethode	30

2.4.3	Koordinaten- und Basisvektorsysteme	31
2.4.4	Numerisches Gitter	31
2.4.5	Finite Approximationen	37
2.4.6	Lösungsmethode	37
2.4.7	Konvergenzkriterien	38
2.5	Eigenschaften der numerischen Lösungsmethoden	38
2.5.1	Konsistenz	38
2.5.2	Stabilität	39
2.5.3	Konvergenz	39
2.5.4	Erhaltung	40
2.5.5	Beschränkung	40
2.5.6	Realisierbarkeit	41
2.5.7	Genauigkeit	41
2.6	Diskretisierungsansätze	43
2.6.1	Finite-Differenzen-Methode	43
2.6.2	Finite-Volumen-Methode	43
2.6.3	Finite-Elemente-Methode	44
	Literatur	45
3	Finite-Differenzen-Methoden	47
3.1	Einführung	47
3.2	Das Grundkonzept	48
3.3	Approximation der 1. Ableitung	50
3.3.1	Taylor-Reihenentwicklung	50
3.3.2	Polynom-Anpassung	52
3.3.3	Kompakte Schemata	54
3.3.4	Nichtäquidistante Gitter	55
3.4	Approximation der 2. Ableitung	58
3.5	Approximation gemischter Ableitungen	61
3.6	Approximation anderer Terme	62
3.6.1	Nichtdifferenzierte Terme	62
3.6.2	Differenzierte Terme in der Nähe von Rändern des Lösungsgebiets	62
3.7	Implementierung der Randbedingungen	63
3.7.1	Implementierung von Randbedingungen mit internen Gitterpunkten	63
3.7.2	Implementierung von Randbedingungen mit Geisterknoten	65
3.8	Das algebraische Gleichungssystem	66
3.9	Diskretisierungsfehler	69
3.10	Beispiel für eine Finite-Differenzen-Methode	71
3.11	Eine Einführung in die Spektralmethoden	77

3.11.1	Analysewerkzeuge	78
3.11.2	Lösung von Differentialgleichungen	81
	Literatur.	88
4	Finite-Volumen-Methoden	91
4.1	Einführung	91
4.2	Approximation der Flächenintegrale	92
4.3	Approximation der Volumenintegrale	96
4.4	Interpolations- und Differentiationsmethoden	97
4.4.1	Aufwind-Interpolation (ADS)	98
4.4.2	Lineare Interpolation (ZDS)	98
4.4.3	Quadratische Aufwind-Interpolation (QUICK)	100
4.4.4	Methoden höherer Ordnung	101
4.4.5	Andere Methoden	103
4.4.6	Generalisierter Ansatz, TVD-Methoden und Flusslimiter ...	104
4.5	Implementierung der Randbedingungen	108
4.6	Das algebraische Gleichungssystem	109
4.7	Beispiele	110
4.7.1	Testen der Ordnung von FV-Approximationen	110
4.7.2	Skalartransport im bekannten Geschwindigkeitsfeld	114
4.7.3	Testen der numerischen Diffusion	119
	Literatur.	123
5	Lösung linearer Gleichungssysteme	125
5.1	Einführung	125
5.2	Direkte Methoden	126
5.2.1	Gauß-Elimination	126
5.2.2	LU-Zerlegung	128
5.2.3	Tridiagonale Systeme	129
5.2.4	Zyklische Reduktion	130
5.3	Iterative Methoden	131
5.3.1	Grundkonzepte	131
5.3.2	Konvergenz	133
5.3.3	Einige einfache Methoden	135
5.3.4	Unvollständige LU-Zerlegung: Die Methode von Stone ...	136
5.3.5	ADI und andere Splitting-Methoden	140
5.3.6	Krylov-Methoden	143
5.3.7	Mehrgittermethoden	151
5.3.8	Weitere iterative Löser	156
5.4	Gekoppelte Gleichungen und deren Lösung	157
5.4.1	Simultane Lösung	157
5.4.2	Sequentielle Lösung	158
5.4.3	Unterrelaxation	158

5.5	Nichtlineare Gleichungen und deren Lösung	160
5.5.1	Newton-ähnliche Techniken	160
5.5.2	Andere Lösungsmethoden für nichtlineare Gleichungen	162
5.6	Verzögerte Korrektur	163
5.7	Konvergenzkriterien und Iterationsfehler	165
5.8	Beispiele	170
	Literatur	177
6	Methoden für instationäre Probleme	179
6.1	Einführung	179
6.2	Methoden für Anfangswertprobleme in GDG	179
6.2.1	Zwei-Ebenen-Methoden	179
6.2.2	Prädiktor-Korrektor- und Mehrpunkte-Methoden	183
6.2.3	Runge-Kutta-Methoden	186
6.2.4	Andere Methoden	188
6.3	Anwendung auf die generische Transportgleichung	190
6.3.1	Explizite Methoden	191
6.3.2	Implizite Methoden	197
6.3.3	Andere Methoden	202
6.4	Beispiele	203
	Literatur	207
7	Lösung der Navier-Stokes-Gleichungen: Teil 1	209
7.1	Grundlagen	209
7.1.1	Diskretisierung von Konvektions- und Spannungstermen	210
7.1.2	Diskretisierung von Druckterm und Körperkräften	211
7.1.3	Erhaltungseigenschaften	213
7.1.4	Wahl der Variablenanordnung auf dem Gitter	218
7.1.5	Berechnung des Drucks	220
7.1.6	Anfangs- und Randbedingungen für die Navier-Stokes-Gleichungen	224
7.1.7	Illustrative einfache Verfahren	229
7.2	Berechnungsstrategien für stationäre und instationäre Strömungen	232
7.2.1	Teilschrittmethoden	232
7.2.2	SIMPLE, SIMPLER, SIMPLEC und PISO	239
7.2.3	Methoden der künstlichen Kompressibilität	251
7.2.4	Stromfunktion-Wirbelstärke-Methoden	255
	Literatur	257
8	Lösung der Navier-Stokes-Gleichungen: Teil 2	261
8.1	Implizite iterative Methoden auf einem versetzten Gitter	261
8.1.1	SIMPLE für versetzte Gitter	268
8.1.2	IFSM für versetzte Gitter	270

8.2	Implizite iterative Methoden für nichtversetzte Gitter	272
8.2.1	Behandlung des Drucks bei nichtversetzten Gittern	272
8.2.2	SIMPLE für nichtversetzte Gitter	276
8.2.3	IFSM für nichtversetzte Gitter	278
8.3	Nichtiterative implizite Methoden für instationäre Strömungen	279
8.3.1	Räumliche Diskretisierung des Adams-Bashforth-Konvektionsterms	282
8.3.2	Ein ADI-Verfahren	282
8.3.3	Die Poisson-Gleichung für den Druck	283
8.3.4	Anfangs- und Randbedingungen	287
8.3.5	Iterative vs. nichtiterative Verfahren	288
8.4	Beispiele	291
8.4.1	Stationäre Strömungen in Hohlräumen	292
8.4.2	Instationäre Strömungen in Hohlräumen	304
	Literatur	312
9	Strömungen in komplexen Geometrien	315
9.1	Die Wahl des Gitters	315
9.1.1	Stufenweise Approximation bei gekrümmten Rändern	316
9.1.2	„Immersed-Boundary“-Methoden	317
9.1.3	Überlappende Gitter	318
9.1.4	Randangepasste nichtorthogonale Gitter	320
9.2	Gittererzeugung	321
9.2.1	Definition des Strömungsgebietes	323
9.2.2	Erzeugung eines Oberflächengitters	325
9.2.3	Erzeugung eines Volumengitters	326
9.3	Die Wahl der Geschwindigkeitskomponenten	330
9.3.1	Gitterorientierte Geschwindigkeitskomponenten	331
9.3.2	Kartesische Geschwindigkeitskomponenten	332
9.4	Die Wahl der Variablenanordnung	333
9.4.1	Versetzte Anordnung	333
9.4.2	Nichtversetzte Anordnung	333
9.5	Finite-Differenzen-Methoden	334
9.5.1	Methoden basierend auf Koordinatentransformation	335
9.5.2	Methoden basierend auf Formfunktionen	337
9.6	Finite-Volumen-Methoden	339
9.6.1	Blockstrukturierte Gitter	339
9.6.2	Unstrukturierte Gitter	344
9.6.3	Gitter für KV-basierte Finite-Elemente-Methoden	346
9.6.4	Berechnung der Gitterparameter	348

9.7	Approximation der Fluss- und Quellterme	351
9.7.1	Approximation der Konvektionsflüsse	351
9.7.2	Approximation der Diffusionsflüsse	355
9.7.3	Approximation der Quellterme	359
9.8	Druckkorrekturgleichung	360
9.9	Achsensymmetrische Probleme	366
9.10	FV-Methoden höherer Ordnung	368
9.11	Implementierung der Randbedingungen	369
9.11.1	Einstromrand	369
9.11.2	Ausstromrand	370
9.11.3	Undurchlässige Wände	371
9.11.4	Symmetrieebenen	374
9.11.5	Vorgegebener Druck	375
9.12	Beispiele	375
9.12.1	Strömung um einen Kreiszylinder bei $Re = 20$	376
9.12.2	2D Strömung um einen Kreiszylinder bei $Re = 200$	380
9.12.3	3D Strömung um einen Kreiszylinder in einem Kanal bei $Re = 200$	385
	Literatur.	393
10	Turbulente Strömungen	397
10.1	Einführung	397
10.2	Direkte numerische Simulation (DNS)	400
10.2.1	Überblick	400
10.2.2	Diskussion	402
10.2.3	Anfangs- und Randbedingungen	407
10.2.4	Beispiele für DNS-Anwendung	410
10.2.5	Weitere DNS-Anwendungen	415
10.3	Simulation von Turbulenz mithilfe von Modellen	416
10.3.1	Modellkategorien	416
10.3.2	Implizite Large-Eddy-Simulation (ILES)	418
10.3.3	Grobstruktursimulation (LES)	419
10.3.4	Beispiele für LES-Anwendung	434
10.3.5	Reynolds-gemittelte Navier-Stokes (RANS) Simulationen	451
10.3.6	Beispiel einer RANS-Anwendung: Strömung um eine Kugel bei $Re = 500.000$	472
10.3.7	Very-Large-Eddy Simulation/TRANS/DES	475
	Literatur.	477
11	Kompressible Strömungen	485
11.1	Einführung	485
11.2	Druckkorrekturmethode für beliebige Mach-Zahlen	486

11.2.1	Implizite Teilschrittmethoden für alle Mach-Zahlen	488
11.2.2	SIMPLE-Methode für alle Strömungsgeschwindigkeiten ...	490
11.2.3	Eigenschaften der Druckkorrekturgleichung	492
11.2.4	Randbedingungen	493
11.2.5	Beispiele	498
11.3	Methoden, die für kompressible Strömungen entwickelt wurden ...	504
11.3.1	Einführung	504
11.3.2	Diskontinuitäten	505
11.3.3	Limiter	506
11.3.4	Vorkonditionierung	507
11.4	Kommentare zu Anwendungen	510
	Literatur.	511
12	Steigerung der Effizienz und der Genauigkeit	515
12.1	Einführung	515
12.1.1	Gitterauflösung und Strömungseigenschaften	515
12.1.2	Organisation	516
12.2	Fehleranalyse und -abschätzung	518
12.2.1	Beschreibung der Fehler	518
12.2.2	Fehlerabschätzung	522
12.2.3	Empfohlene Praxis für die Unsicherheitsanalyse in CFD ...	534
12.3	Gitterqualität und -optimierung	539
12.4	Mehrgittermethoden zur Strömungsberechnung	543
12.5	Adaptive Gitterverfeinerung (AGR)	552
12.5.1	Motivation für adaptive Gitterverfeinerung	552
12.5.2	Die Strategie der adaptiven Gitterverfeinerung	553
12.6	Parallelrechnen in CFD	558
12.6.1	Parallelisierung von iterativen Lösungsmethoden für lineare Gleichungssysteme	559
12.6.2	Gebietszerlegung im Raum	561
12.6.3	Gebietszerlegung in der Zeit	565
12.6.4	Effizienz des Parallelrechnens	566
12.6.5	Grafikprozessoren (GPU) und Parallelverarbeitung	571
	Literatur.	572
13	Spezielle Themen	575
13.1	Einführung	575
13.2	Wärme- und Stoffübertragung	577
13.3	Strömungen mit variablen Fluideigenschaften	587
13.4	Bewegliche Gitter	588

13.5	Strömungen mit freien Oberflächen	600
13.5.1	Interfaceerfassungsmethoden	602
13.5.2	Interfaceverfolgungsmethoden	610
13.5.3	Hybridmethoden	616
13.6	Zwangsmethoden	617
13.7	Meteorologische und ozeanographische Anwendungen	619
13.8	Mehrphasenströmungen	622
13.9	Verbrennung	629
13.10	Fluid-Struktur-Wechselwirkung	633
13.10.1	Schwimmende und fliegende Körper	633
13.10.2	Verformbare Körper	643
	Literatur	648
A Ergänzende Informationen		653
Stichwortverzeichnis		657