

# Inhaltsverzeichnis

<b>1 Einführung . . . . .</b>	<b>1</b>
1.1 Zahldarstellung und Fehlertypen bei numerischen Rechnungen . . . . .	1
1.2 Fehlerverstärkung und -fortpflanzung bei Rechenoperationen . . . . .	8
1.3 Hilfsmittel der linearen Algebra zur Fehlerabschätzung . . . . .	13
1.4 Fehlerabschätzungen bei linearen Gleichungssystemen . . . . .	16
1.5 Fehlerverstärkung bei Funktionen mit mehreren Einflussgrößen . . . . .	18
1.6 Relative Kondition und Konditionszahl einer Matrix $A$ . . . . .	20
1.7 Aufgaben . . . . .	21
<b>2 Direkte Verfahren zur Lösung linearer Gleichungssysteme . . . . .</b>	<b>23</b>
2.1 Vorbemerkungen . . . . .	23
2.2 Das Gauß'sche Eliminationsverfahren . . . . .	24
2.3 Matrixzerlegungen . . . . .	29
2.4 Gleichungssysteme mit tridiagonalen Matrizen . . . . .	39
2.5 Programmpakete zur Lösung linearer Gleichungssysteme . . . . .	42
2.6 Aufgaben . . . . .	43
<b>3 Überbestimmte lineare Gleichungssysteme . . . . .</b>	<b>45</b>
3.1 Vorbemerkungen . . . . .	45
3.2 Die $QR$ -Zerlegung . . . . .	47
3.3 Allgemeine lineare Ausgleichsprobleme . . . . .	55
3.4 Singulärwertzerlegung . . . . .	64
3.5 Aufgaben . . . . .	76
<b>4 Matrix-Eigenwertprobleme . . . . .</b>	<b>79</b>
4.1 Problembeschreibung und algebraische Grundlagen . . . . .	79
4.2 Von-Mises-Vektoriteration . . . . .	86
4.3 $QR$ -Verfahren . . . . .	90
4.4 Transformation auf Hessenberg- bzw. Tridiagonal-Form . . . . .	93
4.5 Anwendung des $QR$ -Verfahrens auf Hessenberg-Matrizen . . . . .	98

4.6	Aufwand und Stabilität der Berechnungsmethoden . . . . .	102
4.7	Aufgaben . . . . .	104
<b>5</b>	<b>Interpolation und numerische Differentiation . . . . .</b>	<b>105</b>
5.1	Vorbemerkungen . . . . .	106
5.2	Polynominterpolation . . . . .	107
5.3	Extrapolation, Taylor-Polynome und Hermite-Interpolation . . . . .	120
5.4	Numerische Differentiation . . . . .	125
5.5	Spline-Interpolation . . . . .	129
5.6	Diskrete Fourier-Analyse . . . . .	137
5.7	Aufgaben . . . . .	142
<b>6</b>	<b>Numerische Integration . . . . .</b>	<b>145</b>
6.1	Trapez- und Kepler'sche Fassregel . . . . .	146
6.2	Newton-Cotes-Quadraturformeln . . . . .	149
6.3	Gauß-Quadraturen . . . . .	156
6.4	Approximierende Quadraturformeln . . . . .	167
6.5	Aufgaben . . . . .	168
<b>7</b>	<b>Iterative Verfahren zur Lösung von Gleichungen . . . . .</b>	<b>171</b>
7.1	Banach'scher Fixpunktsatz . . . . .	172
7.2	Newton-Verfahren für nichtlineare Gleichungen . . . . .	180
7.3	Sekantenverfahren – Regula falsi . . . . .	183
7.4	Iterative Lösung nichtlinearer Gleichungssysteme . . . . .	188
7.5	Iterative Lösung linearer Gleichungssysteme . . . . .	206
7.6	Aufgaben . . . . .	222
<b>8</b>	<b>Numerische Lösung gewöhnlicher Differentialgleichungen . . . . .</b>	<b>225</b>
8.1	Einschrittverfahren . . . . .	226
8.2	Mehrschrittverfahren . . . . .	246
8.3	Stabilität von Lösungsverfahren . . . . .	254
8.4	Steife Differentialgleichungen . . . . .	260
8.5	Zweipunkt-Randwertprobleme . . . . .	265
8.6	Aufgaben . . . . .	275
<b>9</b>	<b>Numerische Lösung partieller Differentialgleichungen . . . . .</b>	<b>277</b>
9.1	Partielle Differentialgleichungen 2. Ordnung . . . . .	278
9.2	Numerische Lösung elliptischer Randwertprobleme . . . . .	285
9.3	Numerische Lösung parabolischer Differentialgleichungen . . . . .	328
9.4	Numerische Lösung hyperbolischer Differentialgleichungen erster Ordnung . . . . .	336
9.5	Abschließende Bemerkungen zur numerischen Lösung partieller Differentialgleichungen . . . . .	357
9.6	Aufgaben . . . . .	358

<b>10 Numerische Lösung stochastischer Differentialgleichungen .....</b>	361
10.1 Stochastische Prozesse.....	362
10.2 Stochastische Integrale.....	364
10.3 Stochastische Differentialgleichungen.....	366
10.4 Numerische Lösungsmethoden .....	370
10.5 Stochastische partielle Differentialgleichungen.....	386
10.6 Aufgaben .....	388
<b>A Einige Grundlagen aus der Maß- und Wahrscheinlichkeitstheorie .....</b>	389
<b>B Schlussbemerkungen .....</b>	407
<b>Literatur .....</b>	411
<b>Stichwortverzeichnis.....</b>	413