Inhaltsverzeichnis

I Ganzrationale Funktionen	7
1 Lineare Funktionen und Gleichungssysteme	7
1.1 Einführungsbeispiel	9
1.2 Geradengleichung und Steigungsdreieck	11
1.3 Lagebeziehung von Geraden	13
1.4 Lineare Ungleichungen	15
1.5 Geradenscharen	16
1.6 Betrag und Betragsfunktion*	20
1.7 Lineare Gleichungssysteme	22
1.7.1 Lösungsverfahren aus der Mittelstufe	22
1.7.2 Lösbarkeit linearer Gleichungssysteme	25
1.7.3 Über- und unterbestimmte Gleichungssysteme	28
1.7.4 Gleichungssysteme in Anwendungen	30
1.7.5 Das Gauß-Verfahren	31
1.7.6 Nichtlineare Gleichungssysteme*	35
1.8 Aufgaben	36
1.8.1 Aufgaben zu linearen Funktionen	36
1.8.2 Aufgaben zu Geradenscharen	38
1.8.3 Aufgaben zu Betrag und Betragsfunktion*	39
1.8.4 Aufgaben zu linearen Gleichungssystemen	40
1.9 Test: Lineare Funktionen	43
2 Quadratische Funktionen	44
2.1 Parabeln	44
2.2 Quadratwurzeln	55
2.2.1 Definition der Quadratwurzel	55
2.2.2 Rechnen mit Quadratwurzeln	56
2.3 Quadratische Gleichungen	57
2.3.1 Lösungsformel für quadratische Gleichungen	57
2.3.2 Lösungsverfahren für quadratische Gleichungen	57
2.3.3 Herleitung der Lösungsformel*	61
2.4 Lagebeziehung Gerade – Parabel	62
2.5 Quadratische Ungleichungen	65
2.6 Aufgaben	68
2.6.1 Aufgaben zu Parabeln	68
2.6.2 Aufgaben zu Lagebeziehungen	70
2.6.3 Aufgaben mit Parametern	71
2.6.4 Aufgaben aus der Physik	72
2.7 Test: Quadratische Funktionen	73
3 Potenzfunktionen	74
3.1 Einführungsbeispiele	74
3.1.1 Delisches Problem der Würfelverdoppelung	74
3.1.2 Größenwachstum von Säugetieren	75
3.2 Potenzen und Wurzeln	76
3.2.1 Potenzgesetze	76
3.2.2 Potenzen mit negativen und gebrochenen Exponenten	76
3.2.3 Potenzgleichungen	77
3.3 Potenzfunktionen mit positiven Exponenten	78
3.3.1 Potenzfunktionen mit geraden Exponenten	79
3.3.2 Potenzfunktionen mit ungeraden Exponenten	80
3.4 Verschiebung, Streckung und Stauchung	81
3.5 Aufgaben	84
3.6 Test: Potenzfunktionen	86

4	Ganzrationale Funktionen	87
4.1	Einführungsbeispiel	87
4.2	Globalverhalten	90
4.3	Vielfachheit einer Nullstelle und Linearfaktorzerlegung	92
4.4	Polynomdivision	94
4.5	Substitution	97
4.6	Symmetrie	102
4.7	Funktionenscharen	104
4.8	Aufgaben	106
4.8.1	Aufgaben zu Vielfachheit und Linearfaktorzerlegung	106
4.8.2	Aufgaben zur Polynomdivision	107
4.8.3	Aufgaben zur Substitution	108
4.8.4	Aufgaben zur Symmetrie	109
4.8.5	Vermischte Aufgaben	110
4.9	Test: Ganzrationale Funktionen	111
II	Differenzialrechnung	113
1	Einführung in die Differenzialrechnung	113
2	Die Ableitung	118
2.1	Differenzenquotient und Differenzialquotient	118
2.2	Bestimmung von Differenzialquotienten	121
2.2.1	Graphisches Verfahren	121
2.2.2	Rechnerisches Verfahren	128
2.3	Ableitungsfunktion und Ableitungsregeln	131
2.4	Beweis der Ableitungsregeln*	136
2.5	Aufgaben	137
2.5.1	Aufgaben zum Differenzenquotient	137
2.5.2	Aufgaben zum Differenzieren von Polynomfunktionen	138
2.6	Test: Differenzenquotient und Differenzialquotient, Ableitung	140
3	Stetigkeit und Differenzierbarkeit	141
3.1	Begriffsbildung	141
3.2	Aufgaben zu Stetigkeit und Differenzierbarkeit	144
4	Aufstellen von Tangentengleichungen	145
4.1	Das Tangentenproblem	145
4.2	Aufgaben zu Tangentengleichungen	148
5	Monotonie und Extrempunkte	150
5.1	Hinführung	150
5.2	Monotonie von Folgen	151
5.3	Monotonie von Funktionen	152
5.4	Extrempunkte	153
5.5	Aufgaben zu Monotonie und Extrempunkten	157
6	Krümmung und Wendepunkte	158
6.1	Einführungsbeispiel und Begriffe	158
6.2	Krümmung und 2. Ableitung	161
6.3	Der Flachpunkt	166
6.4	Aufgaben zu Krümmung und Wendepunkten	168
7	Steckbriefaufgaben	169
7.1	Auffinden von Funktionsgleichungen	169
7.2	Aufgaben zum Aufstellen von Funktionsgleichungen	173
8	Kurvendiskussion	175
8.1	Graph und seine Ableitungen	175
8.2	Übersicht	177
8.3	Musteraufgaben	182
8.3.1	Diskussion einer Funktion vom Grad 3	182
8.3.2	Diskussion einer Funktion vom Grad 4	185
8.3.3	Diskussion mit Parameter	188

8.4	Aufgaben zur Kurvendiskussion	191
8.4.1	Aufgaben zum graphischen Differenzieren	191
8.4.2	Aufgaben zur Diskussion	192
8.4.3	Anwendungen	194
8.4.4	Aufgaben mit Parameter	197
8.5	Test: Kurvendiskussion	198
III Lineare Algebra und analytische Geometrie		199
1	Vektoren	199
1.1	Koordinaten und Betrag	199
1.2	Rechnen mit Vektoren	201
1.3	Besondere Punkte	205
1.4	Linearkombination von Vektoren	208
1.5	Lineare Unabhängigkeit	210
1.6	Basis und Dimension	214
1.7	Aufgaben	219
1.7.1	Aufgaben zum Rechnen mit Vektoren	219
1.7.2	Aufgaben zu „Besondere Punkte“	221
1.7.3	Aufgaben zu Linearkombination und linearer Unabhängigkeit	222
1.7.4	Aufgaben zu Basis und Dimension	223
1.8	Test: Vektoren im $\mathbb{R}^2$ und $\mathbb{R}^3$	224
2	Produkte von Vektoren	225
2.1	Skalarprodukt	225
2.2	Kreuzprodukt	230
2.3	Spatprodukt	234
2.4	Aufgaben	237
2.4.1	Aufgaben zum Skalarprodukt	237
2.4.2	Aufgaben zum Kreuzprodukt	238
2.4.3	Aufgaben zu „Produkte von Vektoren“	240
2.5	Test: Produkte von Vektoren	242
A	Grundlagen	243
A.1	Aufgaben zu linearen Gleichungen	243
A.2	Aufgaben zu linearen Ungleichungen	245
A.3	Aufgaben zu Quadratwurzeln	247
A.4	Aufgaben zu quadratischen Gleichungen	249
A.5	Aufgaben zu Potenzen, Wurzeln, Potenzgleichungen	251
B	Grenzwerte	254
B.1	Grenzwerte in der Geometrie	255
B.2	Aus der Geschichte: Achilles und die Schildkröte	258
B.3	Limes-Schreibweise	260
B.4	Grenzwerte von Funktionen	262
B.5	Rechenregeln für Grenzwerte	263
Lösungen		266
1	Lösungen zu Kapitel 1	266
2	Lösungen zu Kapitel 2	288
3	Lösungen zu Kapitel 3	314
Sachwortverzeichnis		328
Bildquellenverzeichnis		331