

Inhaltsverzeichnis

Vorwort	V
1 Einstimmung und fachliche Basis	1
1.1 Stochastisch denken	1
1.2 Stochastische Grundlagen	4
1.3 Grundlagen aus der Kombinatorik	21
1.4 Rezeptfreies Material	27
2 Schnüre blind verknoten	29
2.1 Mathematischer Kern	30
2.2 Mathematische Tiefbohrung	33
2.3 Umsetzung im Unterricht	37
2.4 Randbemerkungen	41
2.5 Rezeptfreies Material	42
2.6 Aufgaben	43
3 Der verwirrte Passagier	45
3.1 Mathematischer Kern	46
3.2 Mathematische Tiefbohrung	49
3.3 Umsetzung im Unterricht	50
3.4 Randbemerkungen	55
3.5 Rezeptfreies Material	56
3.6 Aufgaben	56

4	Ein faires Glücksrad mit unterschiedlich großen Sektoren	57
4.1	Mathematischer Kern	58
4.2	Mathematische Tiefbohrung	62
4.3	Umsetzung im Unterricht	65
4.4	Randbemerkungen	69
4.5	Rezeptfreies Material	70
4.6	Aufgaben	70
5	Rekorde bei Temperaturdaten: Alles reiner Zufall?	71
5.1	Mathematischer Kern	72
5.2	Mathematische Tiefbohrung	80
5.3	Umsetzung im Unterricht	87
5.4	Randbemerkungen	90
5.5	Rezeptfreies Material	91
5.6	Aufgaben	91
6	Bingo! Lösung eines Wartezeitproblems	93
6.1	Mathematischer Kern	94
6.2	Mathematische Tiefbohrung	97
6.3	Umsetzung im Unterricht	101
6.4	Randbemerkungen	106
6.5	Rezeptfreies Material	107
6.6	Aufgaben	107
7	Das Pólyasche Urnenmodell	109
7.1	Mathematischer Kern	110
7.2	Mathematische Tiefbohrung	113
7.3	Umsetzung im Unterricht	118
7.4	Randbemerkungen	123
7.5	Rezeptfreies Material	123
7.6	Aufgaben	123

8	Wann zeigt auch der letzte Würfel eine Sechs?	125
8.1	Mathematischer Kern	126
8.2	Mathematische Tiefbohrung	130
8.3	Umsetzung im Unterricht	130
8.4	Randbemerkungen	136
8.5	Rezeptfreies Material	136
8.6	Aufgaben	137
9	*Überraschungen bei einem Wartezeitproblem	139
9.1	Eine rote und eine schwarze Kugel	139
9.2	Eine rote und s schwarze Kugeln	143
9.3	Zwei rote Kugeln (die zweite bewirkt Wunder)	145
9.4	Rezeptfreies Material	147
9.5	Aufgaben	148
10	*Muster bei Bernoulli-Folgen – Erwartungswerte	149
10.1	Eine Schranke für den Erwartungswert von W_m	149
10.2	Muster der Länge 2	151
10.3	Muster der Länge 3	153
10.4	Allgemeine Muster: Ein faires Spiel	156
10.5	Rezeptfreies Material	158
10.6	Aufgaben	159
11	*Muster bei Bernoulli-Folgen – Konkurrierende Muster	161
11.1	Dreier-Muster: Ein nicht faires Spiel	162
11.2	Vierer-Muster: Im Mittel früher kann wahrscheinlich später sein	168
11.3	Rezeptfreies Material	169
11.4	Aufgaben	169

12 *Wissenswertes zur Binomialverteilung	171
12.1 Binomialverteilung und Bernoulli-Folgen	171
12.2 Herleitung der Formel von Bernoulli	172
12.3 Stabdiagramme und maximale Wahrscheinlichkeit	173
12.4 Binomialverteilung und stochastische Unabhängigkeit	175
12.5 Nochmals stochastische Unabhängigkeit	178
12.6 Erwartungswert	179
12.7 Varianz	181
12.8 Das Additionsgesetz für die Binomialverteilung	182
12.9 Zentraler Grenzwertsatz	182
12.10 Das Gesetz seltener Ereignisse	186
12.11 Randbemerkungen	187
12.12 Rezeptfreies Material	187
12.13 Aufgaben	188
Schlusswort	189
A Fachliche Vertiefung	191
A.1 Die geometrische Reihe und ihre Ableitung	191
A.2 Harmonische Zahlen und Euler-Mascheroni-Konstante	194
A.3 Die Wallis-Produktdarstellung für die Kreiszahl π	195
A.4 Kreisteilungsfolge	196
A.5 Stirling-Zahlen erster Art	196
A.6 Erzeugende Funktionen	199
A.7 Der Erwartungswert (allgemeines Konzept)	200
B Lösungsvorschläge zu den Aufgaben	203
B.2 Schnüre blind verknoten	203
B.3 Der verwirrte Passagier	205
B.4 Glücksrad	207
B.5 Rekorde in zufälligen Permutationen	209
B.6 Bingo! Lösung eines Wartezeitproblems	211

B.7	Das Pólyasche Urnenmodell	212
B.8	Wann zeigt auch der letzte Würfel eine Sechs?	214
B.9	Überraschungen bei einem Wartezeitproblem	216
B.10	Muster bei Bernoulli-Folgen – Erwartungswerte	217
B.11	Muster bei Bernoulli-Folgen – Konkurrierende Muster	219
B.12	Wissenswertes zur Binomialverteilung	221
C	Videoverzeichnis	225
C.1	Einstimmung und fachliche Basis	225
C.2	Schnüre blind verknoten	226
C.3	Der verwirrte Passagier	226
C.4	Ein faires Glücksrad mit unterschiedlich großen Sektoren	226
C.5	Rekorde bei Temperaturdaten: Alles reiner Zufall?	226
C.6	Bingo! Lösung eines Wartezeitproblems	226
C.7	Das Pólyasche Urnenmodell	227
C.8	Wann zeigt auch der letzte Würfel eine Sechs?	227
C.9	*Überraschungen bei einem Wartezeitproblem	227
C.10	*Muster bei Bernoulli-Folgen – Erwartungswerte	227
C.11	*Muster bei Bernoulli-Folgen – Konkurrierende Muster	227
C.12	*Wissenswertes zur Binomialverteilung	228
C.13	Fachliche Vertiefung	228
	Literaturverzeichnis	229
	Stichwortverzeichnis	231