

Inhaltsverzeichnis

1	Einführung	1
2	Flächentheorie und Krümmungstensor	5
2.1	Grundzüge der Flächentheorie	5
2.1.1	Parameterdarstellung, GAUSS'sche Koordinaten	5
2.1.2	Abbildung von Flächen	6
2.1.3	Eigenschaften der Flächennormalen	7
2.1.4	Totales Differential des Wegelementes	9
2.1.5	Grundformen der Flächentheorie	10
2.1.6	Normalschnitte und Normalkrümmung	12
2.1.7	Geodätische Krümmung und geodätische Linien	14
2.1.8	Klassifizierung von Flächen	16
2.1.9	Hauptkrümmungen einer Fläche	18
2.1.10	Theorema egregium von GAUSS	22
2.1.11	Bedeutung des Theorema egregium	25
2.1.12	Landesvermessung durch Triangulation	28
2.2	RIEMANN'scher Krümmungstensor	30
2.2.1	Euklidische Räume	30
2.2.2	RIEMANN'sche Räume	32
2.2.3	Flächeneinbettung und Tangentialebene	33
2.2.4	Basisvektoren und Metrik der Fläche	34
2.2.5	Ableitungsformeln von GAUSS	36
2.2.6	Ableitungsformeln von WEINGARTEN	38
2.2.7	Integrabilitätsbedingungen	40
2.2.8	Krümmungstensor im $\mathbb{V}^2$	41
2.2.9	Fundamentalsatz der Flächentheorie	44
2.2.10	Dreidimensionaler Krümmungstensor	45

2.2.11	Symmetrieeigenschaften des Krümmungstensors	47
2.2.12	Bedeutung des Krümmungstensors, Verallgemeinerung	50
2.2.13	RICCI-Tensor und Krümmungsskalar	52
2.2.14	BIANCHI-Identität und EINSTEIN-Tensor	54
2.2.15	Größen der Räume $\mathbb{V}^2$ und $\mathbb{V}^3$	56
2.3	Parallelverschiebung von Vektoren	57
2.3.1	Flächenvektor	57
2.3.2	Parallelverschiebung im euklidischen Raum	58
2.3.3	Parallelverschiebung im RIEMANN'schen Raum	60
2.3.4	Parallelverschiebung auf geodätischen Linien	65
2.3.5	Minimaleigenschaft der geodätischen Linien	68
2.3.6	Geometrische Deutung des Krümmungstensors	70
2.4	Höherdimensionale Räume	74
2.4.1	Das Einbettungsproblem	74
2.4.2	Verallgemeinerung bei höheren Dimensionen	75
	Literatur	76
3	Trägheitstensor der Mechanik	78
3.1	Grundgesetze der Dynamik	78
3.1.1	NEWTON'sches Bewegungsgesetz	79
3.1.2	Arbeit und Energie	80
3.1.3	Konservative Felder	81
3.1.4	Allgemeines Prinzip der Energieerhaltung	83
3.1.5	Drehmoment und Drehimpuls	84
3.1.6	Virialsatz	86
3.1.7	Bewegung im Zentralfeld, KEPLER-Problem	87
3.2	Starre Körper	95
3.2.1	Bewegung eines starren Körpers	95
3.2.2	Rotation starrer Körper und Massenträgheitsmoment .	96
3.2.3	Trägheitstensor des starren Körpers	98
3.2.4	Hauptträgheitssystem des starren Körpers	101
3.2.5	Satz von STEINER	105
3.2.6	Trägheitsmoment um eine beliebig gerichtete Achse . .	106
3.3	Beispiele für Trägheitstensoren	108
3.3.1	Trägheitsmomente der Kugel	108
3.3.2	Trägheitsmomente einer Kreisscheibe	108
3.3.3	Trägheitsmomente eines Flügelrades	109
3.3.4	Trägheitsmomente des Quaders	110

3.3.5	Trägheitsmomente des Doppelkeils	112
3.3.6	Bemerkungen zur Integration	118
	Literatur	119
4	Spannungs- und Deformationstensoren	121
4.1	Deformierbare Körper	121
4.2	Spannungszustand und Spannungstensor	122
4.2.1	Spannung und Spannungszustand	122
4.2.2	Spannungstensor	124
4.2.3	Kraft als Tensorfluss	125
4.2.4	Hauptachsentransformation	126
4.2.5	Hydrostatischer Spannungszustand	126
4.2.6	Ebener Spannungszustand und MOHR'scher Kreis . . .	127
4.2.7	Darstellung von drei ebenen Sonderfällen	131
4.3	Tensoren der Verformung	133
4.3.1	Dehnung, Stauchung, Dilatation	133
4.3.2	Gleitung, Scherung	136
4.3.3	Beziehung zwischen den elastischen Konstanten . . .	137
4.3.4	Verschiebungs-, Verzerrungs- und Deformationstensor	139
4.3.5	Kugeltensor und Deviator	144
4.4	Beispiele und Ergänzungen zu Spannung und Dehnung . . .	147
4.4.1	Materialblock zwischen starrer Begrenzung	147
4.4.2	Quadratischer Stab in starrer Passung	151
4.4.3	Quader mit zwei Druckspannungen	152
4.4.4	Tensoren in Zylinderkoordinaten	153
4.4.5	Zylindrischer Stempel mit Wasserdruck	154
4.4.6	Spannungen in dünnwandigen Rohren	156
	Literatur	160
5	Grundgleichungen der Elektrodynamik	161
5.1	MAXWELL'sche Gleichungen	161
5.1.1	Ruhende Medien	161
5.1.2	Bewegte Medien	164
5.1.3	Lösbarkeit der MAXWELL'schen Gleichungen	165
5.1.4	Eigenschaften der Feldvektoren	167
5.2	Kräfte, Felder, Energie	171
5.2.1	LORENTZ-Kraft	171
5.2.2	Einfache statische Felder	174

5.2.3	Energiefluss und POYNTING-Vektor	181
5.2.4	Kraftdichte des Feldes	183
5.3	MAXWELL'scher Spannungstensor	184
5.3.1	Darstellung von Spannungstensor, Kraftdichte u. Kraft	184
5.3.2	Spannungstensor im elektrostatischen Feld	188
5.3.3	Kraft zwischen Punktladungen	193
5.3.4	Kraft durch dielektrischen Halbraum	196
5.3.5	Kraft zwischen Linienströmen	198
5.4	Impulse und Erhaltungssätze	201
5.4.1	Linearer Impuls	201
5.4.2	Drehimpuls	203
5.4.3	Erhaltungssätze der Elektrodynamik	203
5.5	Elektromagnetische Wellen	205
5.5.1	Aufstellung der Differentialgleichungen	205
5.5.2	Ebene Wellen im nichtleitenden Medium	207
5.5.3	Feldvektoren der ebenen Wellen	210
5.5.4	Wellen in Freiraum und Wellenleitern	212
5.6	Elektrodynamische Potentiale	217
5.6.1	Definition der Potentiale	217
5.6.2	Differentialgleichungen der Potentiale	217
5.6.3	Eichung	218
5.7	Statischer Fall der Wellengleichungen, Potentialtheorie	221
5.7.1	Lösung der POISSON-Gleichung	221
5.7.2	Eigenschaften harmonischer Funktionen	224
5.7.3	Summationsprobleme	225
5.7.4	Randwertprobleme	227
5.7.5	Lösung von Randwertproblemen durch Separation	228
5.7.6	Randwertprobleme in Kugelkoordinaten	231
5.7.7	Randwertprobleme in der Ebene	235
5.7.8	Methode der GREEN'schen Funktion	236
5.8	Allgemeiner instationärer Fall der Wellengleichungen	239
5.8.1	Lösung durch retardierte Potentiale	240
5.8.2	Ausstrahlungsbedingung	242
5.8.3	Berechnung der Feldvektoren	243
5.8.4	Statischer Sonderfall	245
5.8.5	HERTZ'scher Dipol	245
5.8.6	Antennensysteme	249

5.9	Wegbereiter der Elektrotechnik	251
	Literatur	253
6	Anisotrope Kristalle, Ferrite und Kernspin	260
6.1	Kristallographische Eigenschaften	260
6.1.1	Kristallgitter und Gitterebenen	260
6.1.2	Tetraederflächen	263
6.1.3	Kristallklassen	265
6.2	Überlagerung elektromagnetischer Wellen	267
6.2.1	Vektorielle Überlagerung von Wellen	267
6.2.2	Skalare Überlagerung von Wellen, Interferenz	269
6.2.3	Orthogonale Überlagerung von Wellen, Polarisierung	271
6.2.4	Leistungsdichten von polarisierten Wellen	277
6.3	Kristalloptik	278
6.3.1	Kristalle mit Doppelbrechung	278
6.3.2	Dielektrizitätstensor	279
6.3.3	Vektoren im anisotropen Medium	282
6.3.4	Normalmoden	286
6.3.5	FRESNEL'sche Normalengleichung	290
6.3.6	Eigenschaften der Schnittellipse	293
6.3.7	Kreisschnitte und optische Achsen	296
6.3.8	Strahlklassifizierung	299
6.3.9	Einachsige Kristalle und ihre Klassifizierung	301
6.3.10	Brechungsgesetze im anisotropen Medium	305
6.3.11	Lichtdurchgang durch Kristalle	307
6.4	Magnetische Eigenschaften der Materie	311
6.4.1	Elementarmagnete in Festkörpern	311
6.4.2	Drehimpulse des Elektrons	312
6.4.3	Ferromagnetische Materialien	315
6.4.4	Eigenschaften der Ferrite	319
6.4.5	Bewegungsgleichung und Magnetisierung	320
6.4.6	Permeabilitätstensor der Ferrite	323
6.4.7	Ebene Wellen im Ferrit	325
6.4.8	Permeabilitäten und Ausbreitungskonstanten	328
6.4.9	FARADAY-Drehung	331
6.4.10	Nichtreziproke Eigenschaft der Ferrite	333
6.4.11	Kernspinresonanz-Verfahren	336
6.4.12	Magnetresonanztomographie	338

Literatur	349
7 Spezielle Relativitätstheorie	352
7.1 Inertialsysteme und ihre Bedeutung	352
7.1.1 GALILEI'sches Trägheitsgesetz und Inertialsysteme . .	352
7.1.2 GALILEI-Transformation	354
7.1.3 Ausbreitung von Lichtwellen	355
7.1.4 EINSTEIN's Postulate der Speziellen Relativitätstheorie	357
7.2 LORENTZ-Transformation	358
7.2.1 Wellenfronten des Lichtes, Raumzeit nach MINKOWSKI	358
7.2.2 Berechnung der LORENTZ-Matrix	361
7.2.3 Additionstheorem der Geschwindigkeiten	364
7.2.4 Mehrdimensionale LORENTZ-Transformation	367
7.2.5 Ortsvektoren in verschiedenen Systemen	370
7.3 MINKOWSKI-Diagramme	373
7.3.1 Bedeutung und Eigenschaften	373
7.3.2 Entwurf von MINKOWSKI-Diagrammen	375
7.4 Konsequenzen der EINSTEIN'schen Postulate	382
7.4.1 Relativierung der Gleichzeitigkeit	382
7.4.2 Längenkontraktion	385
7.4.3 Zeitdilatation	387
7.4.4 Vergleich von Abständen und Zeiten auf Weltlinien . .	390
Literatur	394
8 Vierergrößen und relativistische Kinematik	396
8.1 Eigenschaften von Vierergrößen	396
8.1.1 Vierdimensionale Vektoren und Tensoren	396
8.1.2 Vierergrößen der Raumzeit	397
8.1.3 Vierer-Differentialoperatoren	398
8.2 Kinematische Vierervektoren	401
8.2.1 Vierer-Ortsvektor und Wegelement	401
8.2.2 Transformation der Volumenelemente	403
8.2.3 Eigenzeitelement und Vierergeschwindigkeit	403
8.2.4 Transformation der Vierergeschwindigkeit	407
8.2.5 Viererbeschleunigung	409
8.3 Aberration	410
8.3.1 Bedeutung in der Astronomie	412
Literatur	417

9	Relativistische Elektrodynamik	418
9.1	Vierereigenschaften ebener Wellen	419
9.1.1	Vierer-Wellenvektor und Phasenfunktion	419
9.1.2	DOPPLER-Effekt in der Astronomie	420
9.2	Kovariante Formulierung	429
9.2.1	Vierervektoren für Quellen und Potential	429
9.2.2	Ladungsinvarianz	431
9.2.3	Vierer-Wellengleichung	432
9.2.4	Transformation der Feldgrößen bei Basiswechsel	433
9.2.5	LORENTZ-Invarianz der MAXWELL'schen Gleichungen	436
9.3	Feld und Strahlung bewegter Ladungen	438
9.3.1	Bewegung im homogenen Magnetfeld	438
9.3.2	LIÉNARD-WIECHERT-Potentiale	441
9.3.3	Feldgrößen	446
9.3.4	Strahlung im Fernfeld	447
9.4	Tensoren der Elektrodynamik	455
9.4.1	Elektromagnetischer Feldtensor	455
9.4.2	Dualer Tensor und Invarianten	457
9.4.3	Tensordarstellung der MAXWELL'schen Gleichungen	459
	Literatur	462
10	Relativistische Dynamik	464
10.1	Vierervektor der Kraftdichte	464
10.2	Energie-Impuls-Tensor bzw. Spannungs-Energie-Tensor	466
10.3	Viererimpuls, Masse und Energie	470
10.4	Transformation von Viererimpuls und Masse	475
10.5	Welle-Teilchen-Dualismus und Materiewellen	476
10.6	Erhaltung und Invarianz	480
10.7	Energie-Impuls-Diagramm	481
10.8	Standardmodell der Elementarteilchenphysik	485
10.9	Vierervektor der Kraft	488
10.9.1	LORENTZ-Transformation der MINKOWSKI-Kraft	491
	Literatur	493
11	Gravitation und Allgemeine Relativitätstheorie	496
11.1	Gravitation	497
11.1.1	NEWTON'sches Gravitationsgesetz	497
11.1.2	NEWTON'sches Gravitationsfeld	505

11.1.3	Inhomogene Gravitationsfelder	511
11.2	Äquivalenzprinzip	514
11.2.1	Träge und schwere Masse	514
11.2.2	Trägheitskräfte	516
11.2.3	EINSTEINS Kasten-Experiment, Äquivalenzprinzip . .	524
11.3	Klassische Bestätigungen der Theorie	527
11.3.1	Periheldrehung des Merkur	528
11.3.2	Lichtablenkung im Gravitationsfeld	528
11.3.3	Rotverschiebung im Gravitationsfeld	530
11.4	Moderne Bestätigungen der Theorie	532
11.4.1	Quasare	532
11.4.2	Pulsare	533
11.4.3	Gravitationslinsen	533
11.4.4	Gravitationswellen	534
11.4.5	Satellitennavigation	539
11.5	Feldgleichungen der Gravitation	541
11.5.1	Das Geometrieproblem	541
11.5.2	RIEMANN'sche Geometrie und Tensorkalkül	543
11.5.3	Vergleich der Metriken	546
11.5.4	Entwicklungsweg der Feldgleichungen	551
11.5.5	NEWTON'scher Grenzfall	553
11.5.6	Dichten von Ladung und Masse	556
11.5.7	Gleichungen der Hydrodynamik	557
11.5.8	Energie-Impuls-Tensor der Gravitation	559
11.5.9	Feldgleichungen von EINSTEIN	567
11.5.10	SCHWARZSCHILD-Lösung	572
11.5.11	Periheldrehung des Merkur	583
	Literatur	587
12	Astronomie und Kosmologie	595
12.1	Entwicklungsweg der Astronomie	595
12.1.1	Weltbilder	595
12.1.2	Sternkataloge, Navigation und Klassifizierung	601
12.1.3	Größe und Entfernungen	606
12.1.4	Entwicklung des Universums	609
12.2	Standardmodell der Kosmologie	613
12.3	Baryonische Materie	615
12.3.1	Nukleosynthese	615

12.3.2 Weißer Zwerg, Neutronenstern und Schwarzes Loch . .	620
12.4 Materieverteilung im Universum	621
12.4.1 Durchmusterungen und Teleskopentwicklung	621
12.4.2 Radioastronomie	629
12.4.3 Satelliten-Projekte	634
12.5 Dunkle Materie	641
12.6 Schwarzer Körper und Hohlraumstrahlung	644
12.7 Kosmische Mikrowellen-Hintergrundstrahlung	647
12.7.1 Frühe Untersuchungen	647
12.7.2 Theorie und Entdeckung der Hintergrundstrahlung . .	648
12.7.3 Projekte zur Messung der Hintergrundstrahlung . . .	650
12.7.4 Auswertung der Messdaten	653
12.8 Beschleunigte Expansion und Dunkle Energie	660
12.8.1 Supernovae	660
12.8.2 Supernova-Such-Projekte	662
12.8.3 Größenklassen	664
12.8.4 Beschleunigte Expansion	665
12.8.5 Dunkle Energie	666
12.9 Kosmische Inflation	668
12.10 Numerische Berechnungen und Computersimulationen . . .	671
Literatur	675
Epilog	688
Literatur	692
Abbildungsverzeichnis	693
Bildnachweise	698
Personenverzeichnis	700
Personenbezogene Begriffe	704
Nobelpreisträger	707
Gesamtverzeichnis der Bücher	709
Sachverzeichnis	729