

Inhaltsverzeichnis

Teil I: Grundkurs in Aussagenlogik und elementarer Prädikatenlogik

1	Allgemeine Grundlagen — 3
1.1	Ziele der Logik — 3
1.2	Der schillernde Begriff der Notwendigkeit — 5
1.3	Gültige Schlüsse und logische Form — 6
1.4	Logisch wahre Aussagen — 11
1.5	Grundlegendes zu logischen Systemen — 12
1.6	Grundannahmen der klassischen Logik und historischer Exkurs — 17
1.7	Deduktive Logik versus erweiterte Begriffe von „Logik“ — 20
1.8	Anwendungen und Nutzen der Logik — 25
1.9	Weiterführende Literatur und Übungen — 28

Sektion A: Aussagenlogik (AL)

2	Junktoren und ihre Wahrheitstafeln — 33
2.1	Die wichtigsten Junktoren der Aussagenlogik — 33
2.2	Die Wahrheitstafeln der vier Basisjunktoren — 34
2.3	Zusammenhang der Junktoren mit Verknüpfungsbegriffen der natürlichen Sprache — 35
2.4	Wahrheitstafeln definierter Junktoren — 39
2.5	Kombinatorik der Wahrheitstafeln und Wahrheitswertfunktionen — 40
2.6	Exkurs: Elektronische Implementierung aussagenlogischer Funktionen — 42
2.7	Übungen — 43
3	Aussagenlogische Sprache — 45
3.1	Komplexe Aussagen und Schemabuchstaben — 45
3.2	Die Sprache der Aussagenlogik — 46
3.3	Konstruktionsbaum und Klammerung — 48
3.4	Teilaussagen und ihre charakteristischen Junktoren — 51
3.5	Übungen — 53

4	Aussagenlogische Semantik I:	
	Die Wahrheitstafelmethode — 55	
4.1	Bestimmung der Wahrheitswerte komplexer Aussagen — 55	
4.2	Logisch wahre Aussagen und gültige Schlüsse — 56	
4.3	Aussageschemata, uniforme Einsetzung und Substitution — 60	
4.4	Objektsprache und Metasprache — 64	
4.5	Vereinfachungen der Wahrheitstafelmethode — 64	
4.6	Entscheidbarkeit und Komplexität — 67	
4.7	Übungen — 68	
5	Aussagenlogische Semantik II:	
	Die Reduktio ad Absurdum Methode — 71	
5.1	Reduktio ad absurdum mit Wahrheitswertzeilen — 71	
5.2	Semantische Bestimmungsschritte — 75	
5.3	Zeilenaufspaltung — 77	
5.4	Exkurs: Komplexitätstheorie und das P=NP Problem — 81	
5.5	Exkurs: Beth Tableaus — 83	
5.6	Weiterführende Literatur und Übungen — 87	
6	Rekonstruktion natursprachlicher Sätze und Argumente — 89	
6.1	Rekonstruktion in der Aussagenlogik — 89	
6.2	Negation — 91	
6.3	Konjunktion — 93	
6.4	Disjunktion — 97	
6.5	Implikation — 98	
6.6	Exkurs: ‚Paradoxien‘ der materialen Implikation — 102	
6.7	Argumente — 104	
6.8	Exkurs: Satzarten und Rekonstruktionstiefe von Logiken — 106	
6.9	Weiterführende Literatur und Übungen — 108	
7	Wichtige Regeln und Theoreme der Aussagenlogik — 113	
7.1	Regeln 1. Stufe — 113	
7.2	Theoreme — 114	
7.3	Regeln 2. Stufe — 116	
7.4	Weiterführende Literatur — 121	

8	Deduktive Methode — 123
8.1	Grundidee deduktiven Schließens und Basisregeln — 123
8.2	Regeln 2. Stufe und Annahmetechnik: der Kalkül S — 126
8.3	Korrektheit, Vollständigkeit, Entscheidbarkeit und Beweisheuristik — 141
8.4	Übungen — 148

Sektion B: Elementare Prädikatenlogik (PL)

9	Grundlagen der Prädikatenlogik — 151
9.1	Prädikate und Individuenkonstanten — 151
9.2	Quantoren und einfachquantifizierte Aussagen — 153
9.3	Exkurs: Aristotelische Syllogistik — 158
9.4	Verschachtelte Quantoren und Relationen — 161
9.5	Übungen — 167
10	Die Sprache der Prädikatenlogik — 169
10.1	Formregeln — 169
10.2	Konstruktionsbäume — 170
10.3	Alternative Formregeln — 173
10.4	Übungen — 174
11	Rekonstruktion natursprachlicher Sätze in der PL — 175
11.1	Drei Bedeutungen des ‚ist‘ — 175
11.2	Natursprachliche Ausdrücke für Quantoren — 177
11.3	Übungen — 182
12	Deduktive Methode in der Prädikatenlogik — 185
12.1	AL innerhalb der PL — 185
12.2	Substitution von Individuenvariablen und unkritische Regeln — 186
12.3	Variablenkonfusion und alternative Formulierungen — 190
12.4	Kritische Regeln und der Kalkül S1 — 193
12.5	Wichtige prädikatenlogische Wahrheiten — 205
12.6	Weiterführende Literatur und Übungen — 206

Teil II: Aufbaukurs in Prädikatenlogik und Metalogik

Sektion C: Fortgeschrittene Prädikatenlogik (inklusive Aussagenlogik)

- 13 Äquivalenzumformungen in der Aussagen-
 und Prädikatenlogik — 211**
 - 13.1 Der aussagenlogische Äquivalenzkalkül $\mathcal{A}$ — 211**
 - 13.2 Aussagenlogische Normalformen — 214**
 - 13.3 Ausgezeichnete Normalform und Vollständigkeit von $\mathcal{A}$ — 218**
 - 13.4 Exkurs: Resolution, Klausellogik und algebraische Logik — 221**
 - 13.5 Der prädikatenlogische Äquivalenzkalkül $\mathcal{A}_1$ — 224**
 - 13.6 Pränex Normalformen — 226**
 - 13.7 Weiterführende Literatur und Übungen — 230**

- 14 Beweistheorie: Kalkülarten in Aussagen-
 und Prädikatenlogik — 233**
 - 14.1 Varianten des AL-Kalküls $\mathcal{S}$ — 234**
 - 14.2 Unabhängige Axiomatisierung und Kalkül $\mathcal{NS}$ — 236**
 - 14.3 Kalküle mit Abhängigkeitslegende — 240**
 - 14.4 Exkurs: Gültigkeit versus Relevanz von Schlüssen — 243**
 - 14.5 AL-Sequenzenkalküle — 248**
 - 14.6 Exkurs: AL-Tableau-Kalküle und schnittfreie
 Sequenzenkalküle — 254**
 - 14.7 Exkurs: Axiom-Regel-Kalküle in der AL — 259**
 - 14.8 Alternative Kalküle in der PL — 261**
 - 14.9 PL-Kalkül mit Termsubstitution — 267**
 - 14.10 Exkurs: Zulässige versus gültige Regeln — 270**
 - 14.11 Weiterführende Literatur und Übungen — 271**

- 15 Modelltheorie: Semantik der Prädikatenlogik — 273**
 - 15.1 Mengentheoretische Semantik der PL — 273**
 - 15.2 Logische Wahrheit, Gültigkeit und semantische Beweismethoden
 in der PL — 280**
 - 15.3 Exkurs: Metalogik und der Zirkel der Logik — 285**
 - 15.4 Die Methode des finiten Universums — 286**
 - 15.5 Weiterführende Literatur und Übungen — 291**

16 Prädikatenlogik mit Identität und Funktionszeichen (PL⁻) — 295

- 16.1** Sprache und Semantik — 295
- 16.2** Der Kalkül S_1^- — 299
- 16.3** Anwendungen der Identität — 303
- 16.4** Weiterführende Literatur und Übungen — 307

17 Anwendungen der PL⁻ — 309

- 17.1** Äquivalenzrelationen — 309
- 17.2** Ordnungsrelationen — 312
- 17.3** Zahlquantoren — 321
- 17.4** Definite Deskriptionen und Exkurs in die freie Prädikatenlogik — 325
- 17.5** Übungen — 331

Sektion D: Metalogik**18 Informelle und formelle Mengenlehre — 335**

- 18.1** Naive Mengenlehre und Russells Antinomie — 335
- 18.2** Zermelo-Fraenkel'sche Mengenlehre — 339
- 18.3** Exkurs: Ordinalzahlen und Induktion — 346
- 18.4** Weiterführende Literatur und Übungen — 355

19 Induktive Beweise und Metatheoreme der PL — 357

- 19.1** Das Beweisverfahren der Induktion — 357
- 19.2** Metalogische Anwendungen der Induktion — 360
- 19.3** Isomorphe Modelle und ihre philosophische Signifikanz — 365
- 19.4** Exkurs: Homomorphe Modelle, Submodelle und Spracherweiterungen — 368
- 19.5** Übungen — 375

20 Korrektheit und Vollständigkeit der PL — 377

- 20.1** Induktion nach der Länge von Beweisen und Korrektheit der PL — 377
- 20.2** Maximal konsistente Satzmengen und die Vollständigkeit der AL — 382
- 20.3** Saturierte Satzmengen und Vollständigkeit der PL⁻ — 388
- 20.4** Weiterführende Literatur und Übungen — 392

21	Exkurs: Metalogik und die Grenzen der PL — 393
21.1	Kategorizität, Theorienvollständigkeit, Löwenheim-Skolem Sätze und Nonstandardmodelle — 393
21.2	Skolemsche Normalform und Klausellogik in der PL — 400
21.3	Axiomatisierbarkeit, Entscheidbarkeit, Termmodelle und entscheidbare Fragmente der PL — 405
21.4	Selbstreferentielle Sprachen, Lügner-Antinomie, Unvollständigkeits- und Unentscheidbarkeitsresultate — 410
21.5	Übungen — 418

Literaturverzeichnis — 419

Symbol- und Abkürzungsverzeichnis — 424
--

Übersicht über Definitionen, Merksätze und Abbildungen — 426

Sachregister — 428

Personenregister — 434
