

Inhaltsverzeichnis

1	Differenzialgleichungen – wozu?	1
2	Grundlagen der Analysis	9
2.1	Funktionen aus Sicht der Algebra	9
2.1.1	Potenzen und Polynome (ganzrationale Funktionen)	9
2.1.2	Der Fundamentalsatz der Algebra	17
2.1.3	Quotienten zweier Polynome (gebrochen rationale Funktionen)	26
2.2	Ableitungen	31
2.2.1	Definition und ihre geometrische Interpretation	31
2.2.2	Differenziale: Die Schreibweise von Leibniz	37
2.2.3	Die Technik der Ableitung (Differenziation)	39
2.3	Funktionen aus Sicht der Analysis	44
2.3.1	Verallgemeinerung der Polynome: Potenzreihen	45
2.3.2	Der Begriff der Konvergenz	52
2.3.3	Gliedweise Ableitung einer Potenzreihe	59
2.3.4	Namentragende transzendente Funktionen	60
2.4	Integrale und Stammfunktionen	78
2.4.1	Summation von Funktionswerten: Flächen unter Graphen	78
2.4.2	Das Integral und seine geometrische Interpretation	80
2.4.3	Stammfunktionen und der Fundamentalsatz der Analysis	82
2.4.4	Die Technik der Integration	86
2.4.5	Unbestimmte und bestimmte Integrale	89
3	Typen von Differenzialgleichungen	91
3.1	Ordnungskriterien	91
3.2	Beispiele	92

4	Lineare Differenzialgleichungen erster Ordnung	95
4.1	Lösungsmethoden	95
4.1.1	Schreibweise von Leibniz	95
4.1.2	Funktionentheoretische Lösung	99
4.2	Beispiele	101
4.2.1	Bevölkerungswachstum	101
4.2.2	Festkörperphysik	102
4.3	Variation der Konstanten	104
5	Lineare Differenzialgleichungen zweiter Ordnung	107
5.1	Allgemeine Eigenschaften	108
5.1.1	Differenzierbarkeit der Lösungen	108
5.1.2	Summierbarkeit der Lösungen	110
5.1.3	Der uneigentliche Punkt	111
5.2	Differenzialgleichungen der Fuchs'schen Klasse	113
5.2.1	Gewöhnliche und singuläre Punkte der Gleichung	114
5.2.2	Die natürliche Form der Gleichung	116
5.3	Die Form der partikulären Lösung	123
5.3.1	Gewöhnliche Punkte der Lösungen	123
5.3.2	Singuläre Punkte der Lösungen	128
5.3.3	Anfangswertprobleme	142
5.4	Transformationen von Differenzialgleichungen	143
5.4.1	Moebius-Transformationen	143
5.4.2	s-homotope Transformationen	147
5.5	Randwertprobleme	151
5.5.1	Gewöhnliche Randwertprobleme	151
5.5.2	Singuläre Randwertprobleme	153
5.5.3	Spezielle Funktionen	164
6	Bemerkungen zu nichtlinearen und zu partiellen Differenzialgleichungen	177
6.1	Folgen der Nichtlinearität	177
6.2	Partielle Gleichungen	184
6.2.1	Typisierung	184
6.2.2	Die Methode der räumlichen Variablenseparation	186
6.2.3	Ein Beispiel: Die schwingende kreisförmige Membran	188
7.	Anhang A: Partialbruchzerlegungen	191
8.	Anhang B: Der Vollständigkeitssatz von Karl Weierstraß	195
9.	Anhang C: Lineare Gleichungen	199
9.1	Vektorraumstruktur der Lösungen	199
9.2	Die Wronski-Determinante	202

10. Anhang D: Numerische Näherungsverfahren	205
10.1 Das Verfahren von Heron	205
10.1.1 Der allgemeine Fall	205
10.1.2 Ein spezieller Fall	207
10.2 Das Newton-Verfahren	209
 Anmerkungen zur Literatur	 213
 Literatur	 215
 Stichwortverzeichnis	 217