

Inhaltsverzeichnis

Teil I Grundlagen der Wahrscheinlichkeitstheorie

1	Endliche Wahrscheinlichkeitsräume	3
1.1	Wahrscheinlichkeiten und Ereignisse	4
1.2	Häufigkeiten und Wahrscheinlichkeiten	13
	Aufgaben	15
2	Bedingte Wahrscheinlichkeiten und Unabhängigkeit	17
2.1	Bedingte Wahrscheinlichkeiten	18
2.2	Mehrstufige Experimente und Formel von der Gesamtwahrscheinlichkeit	20
2.3	Unabhängigkeit von Ereignissen	24
2.4	Bayes'sche Umkehrformel	27
	Aufgaben	30
3	Diskrete Zufallsvariablen und Verteilungen	33
3.1	Zufallsvariablen, Verteilung, Verteilungsfunktion	34
3.2	Bernoulli-Verteilung, Binomialverteilung, geometrische Verteilung . . .	42
3.3	Poisson-Verteilung und Approximation	48
3.4	Zipf-Verteilung und skalenfreie Netzwerke	50
	Aufgaben	53
4	Gemeinsame Verteilung, Unabhängigkeit von Zufallsvariablen	55
4.1	Gemeinsame Verteilung, bedingte Verteilung	56
4.2	Unabhängigkeit von Zufallsvariablen	59
	Aufgaben	63
5	Kenngößen für Zufallsvariablen	65
5.1	Erwartungswert	66
5.2	Varianz	72
5.3	Markov- und Chebyshev-Ungleichung	75

5.4	Kovarianz und Korrelation	77
	Aufgaben	82
6	Zufallsvariablen mit Dichte	85
6.1	Zufallsvariablen, Verteilungsfunktion, Dichten	86
6.2	Exponentialverteilung	92
6.3	Normalverteilung	94
6.4	Mehrdimensionale Verteilungen	98
	Aufgaben	102
7	Grenzwertsätze	105
7.1	Gesetz der großen Zahlen	106
7.2	Zentraler Grenzwertsatz und Anwendungen	108
	Aufgaben	111
Teil II Einführung in die Statistik		
8	Parameterschätzung	115
8.1	Einige Grundbegriffe	116
8.2	Beispiele und Eigenschaften von Schätzern	119
8.3	Maximum-Likelihood-Schätzung	123
8.4	Empirische Korrelation und Regressionsgerade	128
	Aufgaben	131
9	Konfidenzbereiche	133
9.1	Grundprinzipien und Beispiele	134
9.2	Einschub: χ^2 -Verteilung und t -Verteilung	139
9.3	Konfidenzintervalle für Erwartungswert und Varianz	140
	Aufgaben	142
10	Hypothesentests	145
10.1	Grundprinzipien, p -Wert, Fehler 1. und 2. Art.	146
10.2	t -Test	151
10.3	χ^2 -Test	156
	Aufgaben	162
Teil III Markov-Ketten und stochastische Algorithmen		
11	Markov-Ketten	167
11.1	Markov-Ketten und stochastische Matrizen	168
11.2	Invariante Verteilungen	175
11.3	Langzeitverhalten von Markov-Ketten	179
11.4	Anwendungen	181
	Aufgaben	184

12 Randomisierte Algorithmen: Beispiele und Anwendungen	187
12.1 Erwartete Laufzeit von Quicksort	188
12.2 Erfolgswahrscheinlichkeit des MinCut	190
12.3 Ein Färbeproblem	194
Aufgaben	196
13 Verzweigungsprozesse und erzeugende Funktionen	197
13.1 Galton-Watson-Verzweigungsprozesse	198
13.2 Wahrscheinlichkeitserzeugende Funktionen	200
13.3 Aussterbewahrscheinlichkeit im Galton-Watson-Prozess	202
13.4 Weitere Anwendungen der wahrscheinlichkeitserzeugenden Funktion	206
Aufgaben	207
14 Warteschlangenmodelle und Markov-Ketten in stetiger Zeit	209
14.1 Warteschlangenmodelle in stetiger Zeit	210
14.2 Eigenschaften der Exponentialverteilung	213
14.3 Markov-Ketten in stetiger Zeit	216
Aufgaben	219
15 Simulation von Zufallsvariablen, Monte-Carlo-Methode	221
15.1 Simulation von Zufallszahlen, Pseudozufallszahlen	221
15.2 Monte-Carlo-Simulation	224
Aufgaben	229
16 Markov-Ketten-Monte-Carlo-Methode und Konvergenzgeschwindigkeit	231
16.1 Grundideen	232
16.2 Metropolis-Algorithmus	232
16.3 Konvergenzgeschwindigkeit und Mischzeiten	237
Aufgaben	239
Anhang A: Tabellen	241
Anhang B: Lösungen der Aufgaben	245
Literatur	253
Stichwortverzeichnis	255