

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
2	Messen	5
2.1	Messung: Zahlenwert und Einheit	5
2.2	Das Internationale Einheitensystem SI	7
2.3	Schätzen	10
2.4	Auch Messwerte sind unsicher	11
2.5	Zusammenfassung und Fragen	12
2.5.1	Zusammenfassung	12
2.5.2	Fragen	13
3	Messergebnisse	15
3.1	Darstellung von Messergebnissen	15
3.1.1	Punkte auf der Zahlengeraden	15
3.1.2	Intervall auf der Zahlengeraden	17
3.1.3	Histogramm	18
3.1.4	Exkurs: Bernoulli-Experiment und Binomialverteilung	19
3.1.5	Quellen der Streuung	20
3.2	Kenngößen der Messreihe	21
3.2.1	Mittelwert	21
3.2.2	Standardabweichung der Stichprobe	22
3.2.3	Standardabweichung des Mittelwerts	23
3.2.4	Vorteil der Mehrfachmessung	25
3.3	Anwendung: Ermittlung von Bestwert und Messunsicherheit	26

3.4	Vom Histogramm zur Verteilung	28
3.4.1	Gauß-Verteilung	29
3.4.2	Kleine Messreihen	33
3.5	Verteilungen schätzen	33
3.5.1	Rechteckverteilung – Ablesen einer digitalen Anzeige	34
3.5.2	Dreiecksverteilung – Ablesen einer analogen Anzeige	36
3.6	Nomenklatur nach GUM	39
3.7	Poisson-Verteilung – Unsicherheit von Zählereignissen	40
3.8	Wahrer Wert, Fehler & Co.	41
3.8.1	Fehler	41
3.8.2	Wahrer Wert	42
3.8.3	Systematischer Fehler	42
3.9	Zusammenfassung und Fragen	42
3.9.1	Zusammenfassung	42
3.9.2	Fragen	43
4	Angabe von Messergebnissen	45
4.1	Signifikante Stellen	45
4.1.1	Regeln für die Wahl der Stellenzahl	45
4.1.2	Begründung für die Wahl der Stellenzahl	46
4.2	Runden von Zahlen	48
4.2.1	Kaufmännisches Runden	48
4.2.2	Wissenschaftliches Runden	49
4.3	Schreibweisen für Unsicherheiten	50
4.3.1	Angabe eines Überdeckungsintervalls	52
4.4	Zusammenfassung und Fragen	54
4.4.1	Zusammenfassung	54
4.4.2	Fragen	55
5	Modelle	57
5.1	Mathematische Formulierung eines Modells	58
5.1.1	Grafische Darstellung von Modellen	60
5.2	Bestimmung des Modells	61
5.2.1	Teilmodelle	62
5.2.2	Ideale Messung – Prozessgleichung	63
5.2.3	Reale Messung	64
5.2.4	Informationen zu Messgeräten	65
5.3	Beispiel	67

5.4	Zusammenfassung und Fragen	69
5.4.1	Zusammenfassung	69
5.4.2	Fragen	69
6	Kombination von Messergebnissen	71
6.1	Funktionen einer Variable	72
6.1.1	Berechnung der Verteilung	72
6.1.2	Lineare Näherung für die Unsicherheit der Ausgangsgröße	75
6.2	Funktionen mehrerer Variablen	80
6.2.1	Berechnung der Verteilung für unkorrelierte Größen	84
6.2.2	Lineare Näherung für die Unsicherheit der Ausgangsgröße für unkorrelierte Größen	86
6.2.3	Freiheitsgrade kombinierter Größen – Welch- Satterthwaite-Formel	90
6.2.4	Dokumentation der Ergebnisse	91
6.2.5	Erweiterte Unsicherheit	92
6.3	Beispiele	95
6.4	Zusammenfassung und Fragen	101
6.4.1	Zusammenfassung	101
6.4.2	Fragen	101
7	Anpassung eines Modells an Messwerte	103
7.1	Die Methode der kleinsten Abweichungsquadrate	104
7.2	Mittelwert	106
7.3	Gewichteter Mittelwert	107
7.4	Ausgleichsgerade	109
7.5	Ausgleichsgerade mit Gewichtung der Messwerte	110
7.6	Anpassung einer allgemeinen Funktion	111
7.7	Zusammenfassung und Fragen	112
7.7.1	Zusammenfassung	112
7.7.2	Fragen	112
8	Bewertung von Messergebnissen	113
8.1	Qualitativer Vergleich	114
8.2	Quantitativer Vergleich	115
8.3	Beispiel	119
8.4	Zusammenfassung und Fragen	119
8.4.1	Zusammenfassung	119
8.4.2	Fragen	122

9	Lösungen	123
9.1	Umgang mit den Lösungen	123
9.2	Lösungen zu Kap. 2	123
9.3	Lösungen zu Kap. 3	124
9.4	Lösungen zu Kap. 4	124
9.5	Lösungen zu Kap. 5	125
9.6	Lösungen zu Kap. 6	125
9.7	Lösungen zu Kap. 7	126
9.8	Lösungen zu Kap. 8	126
	Literatur.	127
	Stichwortverzeichnis.	129