

Inhaltsverzeichnis

1	Historische Entwicklung	1
1.1	Die Suche nach der Figur der Erde	1
1.2	Die Figur der Erde im Altertum und im Mittelalter	3
1.3	Die Erdfigur zum Beginn des 19. Jahrhunderts	4
1.3.1	Eine neue Zeit bricht an: die Kopernikanische Wende	4
1.3.2	Die physikalische Methode zur Bestimmung der Erdfigur	4
1.3.3	Die geometrische Methode zur Bestimmung der Erdfigur	6
1.3.4	Himmelsmechanische Lösungsansätze	8
1.4	Die Erdfigur zu Beginn des 20. Jahrhunderts	9
1.4.1	Entwicklung der Beobachtungsinstrumente	9
1.4.2	Entwicklung der Berechnungsverfahren	11
1.4.3	Gradmessungen	12
1.4.4	Ellipsoidbestimmungen	13
1.4.5	Himmelsmechanische Methoden	14
1.4.6	Die Suche nach der „wahren“ Gestalt der Erde	15
1.4.7	Die hypothesenfreie Bestimmung der Erdfigur von Bruns	15
1.4.8	Translative Lotabweichungsausgleichung	17
1.4.9	Kenntnisse über das Geoid im 19. Jahrhundert	21
1.4.10	Massenreduktion und Isostasie	23
1.4.11	Höhenbestimmung	26
1.4.12	Die Erdfigurbestimmung zu Beginn des 20. Jahrhunderts	28
2	Der Weg zum dynamischen Erdsystem-Modell	31
2.1	Entwicklungen der Schweremessung	31
2.2	Entwicklungen der geodätischen Randwertaufgaben	32
2.3	Der Siegeszug der geodätischen Raumverfahren	34
2.4	Die verschiedenen Aspekte der Figur der Erde	36

3	Randwertprobleme der Geodäsie	39
3.1	Einleitung	39
3.2	Linearisierung und sphärische Näherung	43
3.2.1	Näherungsmodelle für Figur und Schwerefeld der Erde	43
3.2.2	Anomalien	45
3.2.3	Linearisierte Beziehungen zwischen Anomalien und Störpotential	46
3.2.4	Sphärische Näherung	49
3.2.5	Darstellungen durch Komponenten sphärischer Polarkoordinaten	52
4	Normalfeld, Normalfigur	55
4.1	Allgemeines	55
4.2	Mathematische Beziehungen für das Normalschwerefeld	56
4.2.1	Theorem von Clairaut	56
4.2.2	Vereinbartes Normalfeld	62
4.3	Berechnungen im Normalschwerefeld	62
4.3.1	Ellipsoidparameter verschiedener Geodätischer Referenzsysteme	62
4.3.2	Geodätisches Referenzsystem (GRS80)	63
4.3.3	Berechnung der Normalschwere auf dem Ellipsoid	64
4.3.4	Berechnung des Normalschweregradienten	65
4.3.5	Berechnung der höhenabhängigen Normalschwere	65
4.3.6	Geodätische Weltsysteme	66
5	Das freie Randwertproblem von Stokes	67
5.1	Das skalare freie Randwertproblem von Stokes	67
5.1.1	Formulierung der Randwertaufgabe	67
5.1.2	Allgemeine Lösung	69
5.1.3	Die Formeln von Stokes, Bruns und Vening-Meinesz	73
5.2	Das vektorielle freie Randwertproblem von Stokes	73
5.2.1	Formulierung der vektoriellen Randwertaufgabe	73
5.2.2	Allgemeine Lösung	75
5.3	Vergleich der Lösungen von skalarer und vektorieller Randwertaufgabe	76
5.4	Lineare Funktionale des Störpotentials	77
5.4.1	Funktionale Zusammenhänge	77
5.4.2	Reihenentwicklungen nach Kugelfunktionen	82
5.4.3	Die spektralen Beziehungen der Funktionale des Störpotentials	86

6	Aspekte der Geoidberechnung	97
6.1	Reduktion beobachteter Schwerewerte	98
6.2	Schwerereduktionen	101
6.2.1	Freiluftreduktion	101
6.2.2	Geländereduktion	101
6.2.3	Isostatische Reduktionen	103
6.3	Indirekter Effekt, Bowie-Reduktion	106
6.4	Weitere Regularisierungsmethoden	108
6.4.1	Kondensationsreduktion nach Helmert	108
6.4.2	Inversionsreduktion nach Rudzki	109
6.5	Berücksichtigung der atmosphärischen Massen	110
6.6	Numerische Berechnung	111
6.6.1	Numerische Berechnung der Integrale	111
6.6.2	Einführung in die Methode der Fourier-Transformation	114
6.7	Berechnung der Geländekorrektur	117
6.7.1	Darstellung der Geländekorrektur durch Faltungsintegrale	117
6.7.2	Rechenformeln	119
6.7.3	Die diskrete Fourier-Transformation	120
6.8	Berechnung der Geoidhöhen	122
6.8.1	Singularität der Kernfunktionen	122
6.8.2	Auswertung des Integrals von Stokes mittels FFT	125
6.9	Genauigkeit der Lösung des Stokesschen Problems	126
7	Das freie Randwertproblem von Molodensky	127
7.1	Einleitung	127
7.2	Lineare Näherung	130
7.2.1	Einführung von Näherungen für Figur und Schwerfeld der Erde	131
7.2.2	Positionsanomalie, Schwereanomalie, Potentialanomalie	132
7.2.3	Randbedingung des linearisierten Molodensky-Problems	133
7.2.4	Alternative Formulierungen der Randbedingung	135
7.3	Sphärische Näherung	140
7.3.1	Randbedingung des einfachen Molodensky-Problems	140
7.3.2	Sphärische Näherungen für die Schwerfeldfunktionale	141
7.3.3	Analogien zwischen den Problemen von Stokes und Molodensky	143
7.4	Telluroidabbildungen	144
7.4.1	Projektive Telluroidabbildungen	144
7.4.2	Isoparametrische Telluroidabbildungen	146
7.4.3	Vergleich der Abbildungen	148

7.5	Das skalare einfache Molodensky-Problem	148
7.5.1	Formulierung des Problems	148
7.5.2	Überblick über die Lösungskonzepte	151
7.5.3	Molodenskys Lösung (Molodensky-Shrinking)	152
7.5.4	Beziehungen zum Stokesschen Problem	158
7.6	Das vektorielle einfache Molodensky-Problem	162
7.6.1	Formulierung der Randwertaufgabe	162
7.6.2	Allgemeine Lösung	163
7.6.3	Einführung des Marussi- bzw. gravimetrischem Telluroids	166
8	Weitere Randwertprobleme	169
8.1	Das geodätische Randwertproblem bei bekannter Randfläche	169
8.1.1	Formulierung des Problems	169
8.1.2	Lösungsansatz	170
8.2	Das gemischte Randwertproblem	170
8.3	Das überbestimmte Randwertproblem	171
9	Approximationsprobleme in der Geodäsie	173
9.1	Originalfunktion und Approximationsfunktion	173
9.2	Modellbildung und Approximation	174
9.3	Beispiel: Anziehung topographischer Massen	175
9.3.1	Problemstellung	175
9.3.2	Approximation der Topographie	178
10	Interpolationsansätze	181
10.1	Eigenschaften des Basisfunktionen-Systems	181
10.2	Verallgemeinerte Interpolation	186
10.3	Interpolation mit Sampling-Funktionen	189
10.4	Interpolation mit Kovarianzfunktionen	191
11	Gaußsche Fehlerquadratmethode	195
12	Interpolation und Kollokation	199
12.1	Einführung harmonischer Kernfunktionen	199
12.2	Zufälliger Fehler und systematischer Parameter	204
12.2.1	Berücksichtigung zufälliger Beobachtungsfehler	204
12.2.2	Berücksichtigung systematischer Parameter	206
13	Kollokation und vermittelnde Ausgleichung	209
13.1	Modellerweiterung der vermittelnden Ausgleichung	209
13.2	Vermittelnde Ausgleichung mit Pseudoinformationen	210
13.3	Vergleich mit der Kollokation nach kleinsten Quadraten	212
13.4	Verallgemeinerung der vermittelnden Ausgleichung	213

14 Kovarianzfunktionen für das Störpotential	215
14.1 Globale Kovarianzfunktion für das Störpotential	215
14.2 Empirische Bestimmung von Kovarianzfunktionen	218
 Literaturverzeichnis (Auswahl)	 221
Stichwortverzeichnis	223