

1	Graphen	9
1.1	Definitionen	10
1.1.1	Knotengrade	11
1.1.2	Wege und Kreise	13
1.1.3	Zusammenhang	13
1.2	Operationen mit Graphen	14
1.2.1	Entfernen von Knoten und Kanten	14
1.2.2	Fusion und Kontraktion	15
1.2.3	Brücken und Artikulationen	16
1.2.4	Operationen mit Graphen	16
1.3	Spezielle Graphen	17
1.3.1	Der vollständige Graph	18
1.3.2	Weg und Kreis	19
1.3.3	Bäume	19
1.3.4	Bipartite Graphen	20
1.3.5	Reguläre Graphen	22
1.4	Isomorphe Graphen	23
1.4.1	Isomorphie	23
1.4.2	Gradfolgen	24
2	Graphen und Matrizen	27
2.1	Die Adjazenzmatrix eines Graphen	27
2.1.1	Potenzen der Adjazenzmatrix	28
2.1.2	Zerlegbare Matrizen	29
2.2	Die Inzidenzmatrix	30
2.2.1	Die Gradmatrix	31
2.3	Abstände in Graphen	31
2.3.1	Radius, Durchmesser und Zentrum	32
2.3.2	Die Abstandsmatrix	34
2.4	Gerüste	35
2.4.1	Die Anzahl der Gerüste	35
2.4.2	Die Admittanzmatrix und der Satz von Kirchhoff	37
3	Planare Graphen	41
3.1	Planare Einbettungen	41
3.1.1	Ebene Kurven und Einbettungen	41
3.1.2	Flächen eines planaren Graphen	43
3.1.3	Einbettungen auf der Kugel	43
3.1.4	Kreuzungszahl und Dicke	44
3.2	Die Eulersche Polyederformel	45
3.2.1	Polyeder	45
3.2.2	Die Polyederformel für zusammenhängende Graphen	46

3.2.3	Die Polyederformel für nicht zusammenhängende Graphen	48
3.3	Anwendungen der Polyederformel	48
3.3.1	Nichtplanare Graphen	48
3.3.2	Der Satz von Kuratowski	49
3.3.3	Maximale Kantenzahl planarer Graphen	51
3.3.4	Knotengrade in planaren Graphen	51
3.3.5	Platonische Körper	52
3.4	Der duale Graph	53
4	Unabhängige Knoten- und Kantenmengen	57
4.1	Unabhängige Knotenmengen	58
4.1.1	Die Unabhängigkeitszahl	58
4.1.2	Cliquen	61
4.1.3	Die Überdeckungszahl	62
4.2	Matchings	63
4.2.1	Alternierende Wege – der Satz von Berge	64
4.2.2	Der Satz von König	66
4.3	Der Kantengraph	67
4.4	Faktoren	69
5	Färbungen von Graphen	72
5.1	Grundlagen	72
5.1.1	Zulässige Färbungen	72
5.1.2	Die chromatische Zahl	73
5.1.3	Schranken für die chromatische Zahl	74
5.2	Färbungen von planaren Graphen	76
5.3	Das chromatische Polynom	78
5.3.1	Der vollständige Graph	79
5.3.2	Der Baum	79
5.3.3	Die Dekompositionsgleichung	79
5.3.4	Der Kreis	81
5.3.5	Chromatisches Polynom und chromatische Zahl	82
5.3.6	Partitionen der Knotenmenge	83
5.4	Eine Anwendung	84
6	Der Zusammenhang von Graphen	89
6.1	Der Knotenzusammenhang	89
6.2	Der Kantenzusammenhang	92
6.2.1	Schnittmengen	92
6.2.2	Schnitte	93
6.2.3	Die Kantenzusammenhangszahl	94
6.2.4	Knotenzusammenhang und Kantenzusammenhang	94
6.3	Trennende Knotenmengen	95
6.3.1	Anwendung zur Berechnung der Unabhängigkeitszahl	95
6.3.2	Ein Berechnungsbeispiel	96

6.3.3	Die Berechnung des chromatischen Polynoms	97
6.4	Partielle k -Bäume	99
6.4.1	k -Bäume	99
6.4.2	Partielle k -Bäume	100
6.4.3	Serien-Parallel-Graphen	101
7	Bäume	104
7.1	Eigenschaften von Bäumen	104
7.1.1	Die Anzahl der Bäume	105
7.1.2	Der Prüfercode und der Satz von Cayley	106
7.1.3	Isomorphieklassen von Bäumen	108
7.2	Wurzelbäume	108
7.3	Binäre Bäume	111
8	Kreise	115
8.1	Kreise in Graphen	115
8.1.1	Taille und Umfang	116
8.1.2	Basiskreise	117
8.2	Hamiltonkreise	118
8.3	Eulerkreise	121
9	Gerichtete Graphen	125
9.1	Definitionen und Eigenschaften gerichteter Graphen	125
9.1.1	Wege und Erreichbarkeit	126
9.1.2	Zusammenhang und starker Zusammenhang	126
9.1.3	Orientierungen	127
9.1.4	Innen- und Außengrad	128
9.1.5	Quellen und Senken	129
9.1.6	Vektorräume	130
9.1.7	Kozyklen	131
9.1.8	Zyklen- und Kozyklenräume	132
9.2	Turniere	136
9.3	Flüsse in Graphen	139
	Lösungen	144
	Literaturverzeichnis	156
	Symbolverzeichnis	158
	Sachwortverzeichnis	159