

Inhaltsverzeichnis

1. Anwendungen der Analysis	1
1.1 Folgen und Reihen	2
1.2 Funktionen	9
1.3 Grenzwerte von Funktionen und Stetigkeit	18
1.4 Differentialrechnung	23
1.5 Integralrechnung	37
2. Folgen und Reihen	43
2.1 Definition und Darstellung von Folgen	43
2.1.1 Definition einer Folge	43
2.1.2 Bildungsgesetz	45
2.1.3 Summen-, Differenz-, Produkt- und Quotienten- folge	49
2.2 Definition einer Reihe	50
2.3 Arithmetische Folgen und Reihen	52
2.3.1 Arithmetische Folgen	52
2.3.2 Arithmetische Reihen	54
2.4 Geometrische Folgen und Reihen	56
2.4.1 Geometrische Folgen	56
2.4.2 Geometrische Reihen	61
2.5 Monotonie und beschränkte Folgen	63
2.5.1 Monotone Folgen	64
2.5.2 Beschränkte Folgen	67

2.6	Konvergenz bei Folgen	70
2.6.1	Beispiel für eine Nullfolge	70
2.6.2	ε -Umgebung von $a \in \mathbb{R}$	72
2.6.3	Nullfolgen	74
2.6.4	Folgen mit von Null verschiedenen Grenzwerten .	77
2.6.5	Eindeutigkeit des Grenzwertes, Divergenz	79
2.6.6	Konvergenz monotoner und beschränkter Folgen .	81
2.6.7	Berechnung von Grenzwerten	82
2.7	Konvergenz bei Reihen	85
3.	Funktionen	89
3.1	Der Begriff der Funktion	89
3.1.1	Grundlegende Begriffe	89
3.1.2	Darstellung von Funktionen	92
3.1.3	Abschnittsweise definierte Funktionen	98
3.1.4	Monotonie und Beschränktheit	100
3.1.5	Umkehrfunktionen	105
3.1.6	Verknüpfung von Funktionen	111
3.2	Polynome und rationale Funktionen	114
3.2.1	Darstellung und Grad eines Polynoms	115
3.2.2	Nullstellen, Zerlegung in Linearfaktoren	119
3.2.3	Rationale Funktionen	126
3.3	Winkelfunktionen	129
3.3.1	Herleitung von Sinus- und Kosinusfunktion für Winkelmaße	130
3.3.2	Winkel im Bogenmaß	137
3.3.3	Sinus und Kosinus als reelle Funktionen	139
3.4	Exponential- und Logarithmusfunktion	145
3.4.1	Wachstums- und Zerfallsvorgänge	145
3.4.2	Allgemeine Exponentialfunktion	146
3.4.3	Die Logarithmusfunktion	147

4. Grenzwerte von Funktionen	153
4.1 Grenzwert einer Funktion für $x \rightarrow \infty$	153
4.1.1 Einführende Beispiele	153
4.1.2 Definition des Grenzwertes einer Funktion für $x \rightarrow \infty$	155
4.1.3 Rechnen mit Grenzwerten	160
4.1.4 Divergenz einer Funktion für $x \rightarrow \infty$	163
4.2 Grenzwert einer Funktion für $x \rightarrow x_0$	165
4.2.1 Definition des Grenzwertes einer Funktion für $x \rightarrow x_0$	165
4.2.2 Rechnen mit Grenzwerten	172
4.2.3 Divergenz einer Funktion für $x \rightarrow x_0$	174
4.3 Stetigkeit	176
4.3.1 Definition der Stetigkeit	177
4.3.2 Unstetigkeitsstellen und Definitionslücken	181
4.3.3 Globale Stetigkeit	182
4.3.4 Verknüpfung stetiger Funktionen	186
4.3.5 Einige Eigenschaften stetiger Funktionen	188
5. Differentialrechnung	195
5.1 Die Steigung von Funktionen	195
5.2 Differenzierbarkeit	202
5.2.1 Definition der Differenzierbarkeit	202
5.2.2 Beispiele für differenzierbare Funktionen	203
5.2.3 Differenzierbarkeit und Stetigkeit	205
5.2.4 Die Ableitungsfunktion	208
5.2.5 Höhere Ableitungen	209
5.3 Berechnung von Ableitungen	212
5.3.1 Differentiationsregeln	212
5.3.2 Ableitung spezieller Funktionen	220
5.4 Anwendung der Differentialrechnung	222

XVIII Inhaltsverzeichnis

5.4.1	Monotonie und Extremwerte	222
5.4.2	Krümmungsverhalten einer Funktion	236
5.4.3	Systematische Kurvendiskussion	242
5.4.4	Extrema von Funktionen auf abgeschlossenen Intervallen	248
5.4.5	Angewandte Extremwert-Aufgaben	249
6.	Integralrechnung	253
6.1	Die Aufgaben der Integralrechnung	253
6.2	Das unbestimmte Integral	254
6.3	Das Flächeninhaltsproblem und das bestimmte Integral	261
6.4	Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung	274
6.5	Berechnung und Interpretation von bestimmten Inte- gralen	278
A.	Zahlen und Terme	289
A.1	Zahlen und Terme	289
A.1.1	Ganze Zahlen	289
A.1.2	Terme	292
A.1.3	Rationale Ausdrücke	296
A.2	Lineare Gleichungen und Ungleichungen	299
A.2.1	Lineare Gleichungen	299
A.2.2	Umformen linearer Gleichungen	300
A.2.3	Anordnung rationaler Zahlen	305
A.2.4	Umformen linearer Ungleichungen	308
A.3	Potenzen und Wurzeln	310
A.3.1	Potenzen mit ganzzahligem Exponenten	310
A.3.2	Wurzeln und reelle Zahlen	312
A.3.3	Potenzen mit rationalen Exponenten	315
A.4	Nichtlineare Gleichungen	317
A.4.1	Quadratische Gleichungen	317

A.4.2	Andere einfache nichtlineare Gleichungen	319
A.5	Logarithmen	322
A.5.1	Begriff des Logarithmus	322
A.5.2	Rechenregeln für Logarithmen	324
B.	Aussagenlogik, Mengen und Zahlenbereiche	327
B.1	Aussagenlogik	327
B.1.1	Aussagen und Wahrheitswerte	327
B.1.2	Aussageform	329
B.1.3	Konjunktion und Disjunktion	333
B.1.4	Negation	336
B.1.5	Implikation und Äquivalenz	341
B.2	Mengen	344
B.2.1	Mengen und ihre Schreibweise	345
B.2.2	Mengendiagramme	349
B.2.3	Gleichheit von Mengen	350
B.2.4	Teilmengen	351
B.2.5	Leere Menge	354
B.2.6	Schnittmenge und Vereinigungsmenge	355
B.2.7	Differenz von Mengen	358
B.2.8	Mengen geordneter Paare, Koordinatensystem . .	360
B.3	Zahlenmengen	365
B.3.1	Die natürlichen Zahlen	365
B.3.2	Die ganzen Zahlen	366
B.3.3	Die rationalen Zahlen	367
B.3.4	Die reellen Zahlen	368
B.3.5	Die komplexen Zahlen	369
C.	Lösungen	373
C.1	Lösungen zu Kapitel 2 bis 6	373
C.2	Lösungen zu Anhang A und B	421

XX Inhaltsverzeichnis

Stichwortverzeichnis 431

Literaturverzeichnis 437