



Performanceanalyse in der Praxis

Performancemaße, Attributionsanalyse,
Global Investment Performance Standards

von
Bernd R. Fischer

3., völlig neu bearbeitete und erweiterte Auflage

Oldenbourg Verlag München

Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.d-nb.de> abrufbar.

© 2010 Oldenbourg Wissenschaftsverlag GmbH
Rosenheimer Straße 145, D-81671 München
Telefon: (089) 45051-0
oldenbourg.de

Das Werk einschließlich aller Abbildungen ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung außerhalb der Grenzen des Urheberrechtsgesetzes ist ohne Zustimmung des Verlages unzulässig und strafbar. Das gilt insbesondere für Vervielfältigungen, Übersetzungen, Mikroverfilmungen und die Einspeicherung und Bearbeitung in elektronischen Systemen.

Lektorat: Wirtschafts- und Sozialwissenschaften, wiso@oldenbourg.de
Herstellung: Anna Grosser
Coverentwurf: Kochan & Partner, München
Gedruckt auf säure- und chlorfreiem Papier
Gesamtherstellung: Druckhaus „Thomas Müntzer“ GmbH, Bad Langensalza

ISBN 978-3-486-59095-1

Dem Andenken meines lieben Bruders

Prof. Dr. Thomas R. Fischer

Vorwort zur dritten Auflage

Zehn Jahre sind seit der Erstellung der wesentlichen Teile dieses Werkes nun vergangen – ein langer Zeitraum für ein praxisorientiertes Lehrbuch der Finanzmathematik wie auch im Leben eines Menschen. Es war daher zur Neuauflage des vorliegenden Buches erforderlich, die Darstellung und die einstmals bezogenen Positionen unter Einbeziehung der neuesten Forschungsergebnisse und Praxisberichte aus der durch die zwischenzeitliche Beschäftigung mit den Themen in der Praxis geschärften Perspektive einer eingehenden Revision zu unterziehen. Erst nach einigem Zögern habe ich mich schließlich dazu durchgerungen, diese Aufgabe noch einmal in Angriff zu nehmen. Motiviert wurde ich dazu auch durch die vielen positiven Kommentare von Lesern, die mich im Laufe der letzten Jahre immer wieder einmal erreicht haben, sowie durch die Tatsache, dass die zweite Auflage – trotz der mittlerweile nicht zu übersehenden Patina, die sie angesetzt hatte – bis zuletzt beim Verlag in nahezu unverändertem Umfang nachgefragt wurde. Die Notwendigkeit für Eingriffe – Ergänzungen, Modifikationen oder gänzliche Neugestaltung – fiel dabei von Abschnitt zu Abschnitt unterschiedlich aus. Durch die umfangreichen Ergänzungen hat sich der Aufbau des Buches jedoch insgesamt deutlich verändert. Dabei war es jedoch das Bestreben des Autors, den praxisorientierten Ansatz beizubehalten. Folglich wird auch in dieser Auflage der mathematisch präzisen Beschreibung konkreter Anwendungen und deren Illustration durch Beispiele der Vorrang eingeräumt gegenüber fundamental-ökonomischen Modellerörterungen.

Eine wesentliche Änderung betrifft zuallererst den Untertitel dieses Buches – sie war zwangsläufig, denn die DVFA-PPS sind mittlerweile in den Global Investment Performance Standards (GIPS) aufgegangen. Die Standards bilden jedoch weiterhin den zentralen Punkt dieser Abhandlung. Ihre Darstellung in Kapitel 8 wurde insgesamt aktualisiert und unter Berücksichtigung der GIPS-Fassungen von 2002 und 2005 ergänzt. Viele der Kernaussagen der ursprünglichen GIPS von 1999 haben ihre Relevanz behalten, sodass die Änderungen in diesem Kapitel weniger signifikant ausfallen als in anderen.

In Kapitel 1 werden nach wie vor die unterschiedlichen Komponenten des Gesamtprozesses der Vermögensverwaltung beschrieben, wobei insbesondere diejenigen Bereiche, die sich mit der Analyse von Investmentfonds beschäftigen, sowie ihre Beziehung zu den anderen Bereichen herausgestellt werden. Dieses Kapitel wurde grundlegend überarbeitet und etwas gekürzt. Sieht man von Aktualisierungen und einzelnen Ergänzungen, wie etwa den Ausführungen zur stetigen Rendite ab, hat auch Kapitel 2 nur vergleichsweise wenige Änderungen erfahren.

Aufgrund der starken Veränderungen im Bereich der Börsenindizes war jedoch bei Kapitel 3 über Benchmarks eine grundlegende Neugestaltung erforderlich. Hier wurde ein Abschnitt über Peergroup-Vergleiche hinzugefügt.

Die größten Änderungen ergaben sich bei der Behandlung der Beitrags- oder Attributionsanalyse, die ursprünglich auf ein Kapitel (Kapitel 4) beschränkt war. Dieses hauptsächlich die Analyse von Aktienportfolios behandelnde Kapitel wurde in dieser Ausgabe grundlegend aktualisiert und wesentlich ergänzt. Dabei wurden alle in der Literatur beschriebenen Verfahren zur Verknüpfung von Beiträgen über mehrere Zeitperioden hinweg eingehend beschrieben und miteinander verglichen. Darüber hinaus wurde dieses Kapitel um Ausführungen zu geometrischen Formen der Attributionsanalyse und zur Behandlung von Titeln mit einer Nullgewichtung im Portfolio oder in der Benchmark ergänzt. Ferner wurde die Aufschlüsselung von Beiträgen der Attributionsanalysen auf Einzeltitelbasis neu eingefügt.

Ergänzt wurde dieses Kapitel allerdings durch gleich drei weitere zur Attributionsanalyse, wodurch diesem Werk neben den GIPS ein weiterer Schwerpunkt erwachsen ist. Diese thematisieren die Attributionsanalyse von Rentenportfolios (mit dem Schwerpunkt auf zinskurvenbasierten Modellen; Kapitel 5), von gemischten Portfolios (Kapitel 6) sowie die Behandlung von Derivaten im Rahmen von Beitragsanalysen (Kapitel 7). Ausführungen zu risikoadjustierten Attributionsanalysen in Kapitel 10 vervollständigen diesen Block. Diese starke Ausweitung des Stoffes reflektiert die immens gewachsene Bedeutung dieser Felder in der Praxis, die sich durch zahlreiche Innovationen in den Softwareapplikationen und eine Vielzahl von Fachpublikationen manifestiert. Im Zuge dieser Neugestaltungen wurden die Ausführungen zur Analyse von Währungsbeiträgen zum größten Teil in das Kapitel 7 transferiert.

Wegen dieser neuen Kapitel bildet die Abhandlung über Risiko- und Performancemaße in der neuen Ausgabe das neunte Kapitel. Sie wurde grundlegend überarbeitet und in wesentlichen Teilen ergänzt. Erweitert wurden etwa die Abschnitte über den Value-at-Risk sowie über die Durationsmaße. Neu hinzugekommen sind die Abschnitte über die Aufschlüsselung von Risikokennzahlen, den Conditional Value-at-Risk, die Größe *Active Share* sowie über neue Risikomaße wie Kappa und Omega.

Neben den bereits erwähnten Abschnitten zur risikoadjustierten Attributionsanalyse werden in Kapitel 10 neuere Risiko- und Performancemaße behandelt, die speziell für Hedgefonds entwickelt wurden.

Mein Dank gilt diesmal vielen meiner ehemaligen Mitarbeiter des Bereichs Risiko & Investmentcontrolling der cominvest, denen ich zahlreiche Anregungen verdanke. Bei Herrn Babak Papan bedanke ich mich für die Hilfestellung bei der Gestaltung verschiedener Grafiken.

Teile des Manuskripts wurden vorab von den Herren Thomas Ohlsen, Dr. Carsten Wittrock und Herbert Jobelius gelesen. Auch ihnen verdanke ich wichtige Anregungen.

Mein besonders herzlicher Dank gilt Herrn Dr. Hans Aures, der das Lektorat für das gesamte Manuskript übernahm. Dabei hat er zahlreiche wichtige Verbesserungsvorschläge für die Gestaltung insbesondere auch der fachlichen Inhalte gemacht.

Frankfurt, im August 2009

Bernd R. Fischer

Vorwort zur zweiten Auflage

Zur großen Freude des Autors hat die erste Auflage der „Performanceanalyse in der Praxis“ eine solch positive Resonanz hervorgerufen, dass sie bereits nach wenigen Monaten vergriffen war und eine Neuauflage erforderlich geworden ist. Da sich die in der Praxis der Performanceanalyse gebräuchlichen Methoden und die in den Mittelpunkt der Betrachtung gestellten DVFA-Performance Presentation Standards in diesem kurzen Zeitraum nicht grundlegend geändert haben, konnte der Text der ersten Auflage – nach der Bereinigung einzelner Ungenauigkeiten und der Aktualisierung verschiedener Abschnitte – weitestgehend in unveränderter Form in die zweite Auflage übernommen werden. Eine Ausnahme bildet allerdings Kapitel 3 über Börsenindizes und die Konstruktion von Benchmarks. Zahlreiche

Veränderungen der wirtschaftlichen Rahmenbedingungen wie etwa die Euro-Einführung, das Auftreten neuer Marktsegmente (Neue Märkte, *New Economy*) und wechselnde Allianzen zwischen den Anbietern haben in dem Bereich der Börsenindizes zu einer geradezu stürmischen Entwicklung geführt. Diese beinhaltete sowohl die Veröffentlichung neuer als auch die Modifikation der Berechnungsgrundlage bestehender Indizes. Mit dieser Neuauflage wird der Versuch unternommen, die wichtigsten Entwicklungen in diesem Gebiet zu berücksichtigen.

Der Erfolg der DVFA-PPS auf dem deutschen Kapitalmarkt, der durch die Umsetzung der Standards durch eine stetig wachsende Zahl von Vermögensverwaltern eindrucksvoll dokumentiert wird, wurde von zahlreichen Publikationen auf dem Gebiet der Analyse und Darstellung von Performanceergebnissen begleitet. Dies spiegelt sich in einer Erweiterung bzw. Aktualisierung der Literaturhinweise wider.

Frankfurt, im Oktober 2000

Bernd R. Fischer

Aus dem Vorwort zur ersten Auflage

Durch die wachsende Bedeutung risikoreicher Anlageformen wie etwa Aktien oder Unternehmensanleihen sowohl für institutionelle als auch für private Anleger hat das Interesse an der Performancemessung zur Beurteilung der Leistung eines Vermögensverwalters stark zugenommen. Dazu hat die Diskussion über neue Ansätze zur Gestaltung der Altersvorsorgesysteme und die Einführung des Euro, die zur Folge hatte, daß Investoren in der Euro-Zone seit dem 01.01.1999 ohne zusätzliche Währungsrisiken sehr viel umfassendere Anlagemöglichkeiten haben, beigetragen. Dieses Interesse wird besonders eindrucksvoll durch die in den letzten Jahren sprunghaft angestiegene Zahl an „Performance-Hit-Listen“ in Fachzeitschriften und anderen Medien dokumentiert. Auf das Thema „Performance“ wurde die breitere Öffentlichkeit auch durch die Veröffentlichung der Performance Presentation Standards der Deutschen Vereinigung für Finanzanalyse und Asset Management (DVFA-PPS) im September 1998 aufmerksam gemacht. Diese Standards stellen ein von den Vermögensverwaltern freiwillig zu beachtendes Regelwerk dar, das zur Vergleichbarkeit der publizierten bzw. im Rahmen von Einzelpräsentationen dargestellten Performanceergebnisse beitragen soll. Innerhalb kürzester Zeit haben die Standards eine breite Akzeptanz unter den in Deutschland tätigen Vermögensverwaltern erfahren. [...]

Die DVFA-PPS decken ein breites Spektrum unterschiedlicher Aspekte der Berechnung und Darstellung von Performanceergebnissen ab. Laut den DVFA-PPS besteht das Ziel der mit der Erstellung der Standards anbetrauten DVFA-Kommission darin, einen angemessenen Rahmen für eine faire und vergleichbare Darstellung von Performanceergebnissen „bei vollständiger Offenlegung der entscheidungsrelevanten Informationen“ zu definieren. Vor dem Hintergrund dieses umfassenden Anspruchs der Standards ist die sachgerechte Berechnung und Präsentation von Rendite- und Risikoparametern nur eine, wenn auch eine wichtige Anforderung der DVFA-PPS. Um der Forderung einer „angemessenen“ Darstellung unter „Offenlegung der entscheidungsrelevanten Informationen“ gerecht zu werden, bedarf es allerdings bei komplexen Portfolios einer detaillierten Analyse, die über den in den Standards explizit geforderten Ausweis von Rendite- und Risikoparametern hinausgeht.

Das vorliegende Buch „Performanceanalyse in der Praxis“ hat zum Ziel, die unterschiedlichen Teilbereiche der Performanceanalyse, wie etwa die Bewertung von Wertpapieren, die Ermittlung von Rendite- und Performancewerten usw., zu beschreiben und die Zusammenhänge zwischen ihnen aufzuzeigen. Die DVFA-PPS bilden dabei den gemeinsamen Referenzpunkt für die behandelten Bereiche. Es wurde versucht, die praxisrelevanten Themen auf anschauliche Weise darzustellen, ohne dabei jedoch die Präzision zu opfern, die bei der praktischen Umsetzung erforderlich ist. [...] Die Arbeit versucht somit – ebenso wie die DVFA-PPS – als Bindeglied zwischen der wissenschaftlichen Forschung und der Praxis zu fungieren, indem sie u. a. grundlegende Fragen über die Voraussetzungen, die für eine sachgemäße Ermittlung von Rendite- und Risikoparametern gegeben sein müssen, behandelt. Das Buch richtet sich in erster Linie an Mitarbeiter von Vermögensverwaltungsgesellschaften, die einen umfassenden Überblick über grundlegende Fragen der Messung und der Darstellung von Performanceergebnissen unter Berücksichtigung der in der Praxis gegebenen Möglichkeiten erhalten möchten. [...] Ferner sollte das Buch für Mitarbeiter von Vermögensverwaltungsgesellschaften, Wirtschaftsprüfer, Consultants etc. von Interesse sein, die mit der Umsetzung der DVFA-PPS bzw. der Verifizierung der Einhaltung der Standards betraut sind. Darüber hinaus ist mit diesem Werk die Hoffnung verbunden, daß es auch in Forschung und Lehre auf großes Interesse stoßen wird, da in ihm die in der Praxis auftretenden Probleme bei der Umsetzung theoretischer Ansätze erörtert werden. [...]

In Kapitel 1 werden zunächst die unterschiedlichen Komponenten des Gesamtprozesses der Vermögensverwaltung beschrieben. Dabei werden insbesondere diejenigen Bereiche, die sich mit Fragen der Ermittlung und Darstellung von Performanceergebnissen beschäftigen, sowie ihre Beziehung zu den anderen Bereichen herausgestellt. Kapitel 2 beschäftigt sich mit wichtigen Renditemaßen. Der Schwerpunkt liegt hier auf der Erörterung der zeitgewichteten Rendite und ihrer Beziehung zum internen Zinssatz, da dieses Maß von den DVFA-PPS zur Messung der Leistung eines Portfoliomanagers vorgeschrieben wird. [...]

Kapitel 3 enthält eine Darstellung wichtiger Benchmarks und ihrer Berechnungsgrundlagen, die für die weiteren Kapitel von grundlegender Bedeutung sind. In Kapitel 4 werden eine Reihe von in der Praxis benutzten Attributionsmethoden dargestellt. Neben einer Erörterung der Standardverfahren von Brinson et al., Karnosky und Singer sowie Ankrum und Hensel über eine Periode erfolgt in Abschnitt 4.3 eine Beschreibung von Attributionsmethoden über mehrere Perioden. [...]

Kapitel 5 beschäftigt sich mit dem von der Deutschen Vereinigung für Finanzanalyse und Asset Management aufgestellten Regelwerk über Performance Presentation Standards (DVFA-PPS). Bei der Erörterung der in ihm aufgeführten Richtlinien und Empfehlungen werden insbesondere die Aspekte der praktischen Umsetzung der Standards in einer Gesellschaft und die Verifizierung der Einhaltung der Standards durch einen unabhängigen Wirtschaftsprüfer berücksichtigt. [...]

Die Ausführungen über die DVFA-PPS werden in Kapitel 6 durch eine Erörterung wichtiger Risiko- und Performancemaße ergänzt, bei der insbesondere die Anforderungen der DVFA-PPS an die Bewertungsquellen etc. berücksichtigt werden. [...]

Frankfurt, im Januar 2000

Bernd R. Fischer

Vorwort	VII
Inhaltsverzeichnis	XI
1 Einordnung der Performanceanalyse in den Produktionsprozess der Vermögensverwaltung	1
1.1 Anwendungsgebiete der Performanceanalyse	1
1.2 Prozesskomponenten der Vermögensverwaltung und Überblick über wichtige Investmentstile	2
2 Renditemaße	6
2.1 Basisformel der Renditeberechnung	6
2.2 Geometrische Verknüpfung und Skalierung von Renditen	8
2.3 Interner Zinssatz	9
2.4 Zeitgewichtete Rendite	13
2.4.1 Allgemeine Darstellung der zeitgewichteten Rendite	13
2.4.2 Renditeberechnung bei Investmentfonds	16
2.4.2.1 Renditeberechnung bei thesaurierenden Investmentfonds	16
2.4.2.2 Behandlung von Ausschüttungen	17
2.4.2.3 Additive Bereinigung	18
2.4.2.4 Multiplikative Bereinigung (BVI-Methode)	19
2.5 Vergleich zwischen der zeitgewichteten Rendite und dem internen Zinssatz	27
2.6 Näherungsverfahren bei der Berechnung der zeitgewichteten Rendite	34
2.6.1 Näherung der zeitgewichteten Rendite unter Verwendung des internen Zinssatzes	37
2.6.2 Modifizierte Dietz-Methode	39
2.6.2.1 Modifizierte Dietz-Methode als lineare Näherung an den internen Zinssatz	43
2.6.2.2 Modifikation der modifizierten Dietz-Methode	44
2.6.3 Dietz-Methode und BAI-Methode	46
2.6.4 Newtonsche Näherung zweiten Grades	47
2.6.5 Fehler der dietzschen Näherungsverfahren	49
2.6.6 „10%-Regel“ bei Mittelbewegungen	51
2.6.7 Rangfolge der Näherungsverfahren	52
2.6.7.1 Simulation der Kontostaffeln	52
2.6.7.2 Ergebnisse der Simulation	54
2.6.8 Fazit	59
2.7 Aktive Rendite	60
2.8 Stetige Verzinsung	63
Anhang zu Kapitel 2	71
A Gleichheit zwischen der zeitgewichteten Rendite und dem internen Zinssatz	71
B Zur Lösung der Polynomgleichungen, die bei der Ermittlung des internen Zinssatzes auftreten	72
C Zeitgewichtete Rendite und die BVI-Methode	75
Übungen zu Kapitel 2	77

3	Indizes und die Konstruktion von Benchmarks	81
3.1	Grundbegriffe	81
3.2	Aktienindizes	84
3.2.1	Indizes vom Typ des Dow Jones Industrial Average.....	84
3.2.2	Indizes, deren Gewichte sich aus der Marktkapitalisierung ableiten.....	86
3.3	Rentenindizes	99
3.4	Geldmarktindizes.....	104
3.5	Peergroup-Vergleiche und Fondsuniversen	106
3.6	Benchmarks für Portfolios mit mehreren Anlagesegmenten.....	108
	Übungen zu Kapitel 3	112
4	Attributionsanalyse bei Aktienportfolios gemäß dem Brinson-Ansatz	113
4.1	Grundlagen einer Attributionsanalyse.....	113
4.1.1	Zielsetzung einer Attributionsanalyse.....	113
4.1.2	Gesamtrendite als gewichtete Summe der Einzelrenditewerte.....	114
4.1.3	Attributionsanalyse im Vergleich zu einer Benchmark	118
4.2	Attributionsanalyse gemäß dem Brinson-Ansatz im Einperiodenfall	124
4.2.1	Allokation und Selektion	124
4.2.2	Berücksichtigung von benchmarkfremden Portfoliotiteln und Portfoliosegmenten mit einer Nullgewichtung	138
4.2.3	Interpretation der Restbeiträge.....	142
4.2.4	Aufschlüsselung der Analyseergebnisse auf Einzeltitelebene.....	151
4.2.5	Attributionsanalyse unter Abspaltung von Währungsbeiträgen im Einperiodenfall bei einem passiven Währungsmanagement	156
4.2.6	Attributionsanalyse unter Abspaltung von Währungsbeiträgen im Einperiodenfall bei einem aktiven Währungsmanagement	162
4.3	Attributionsanalyse gemäß dem Brinson-Ansatz im Mehrperiodenfall.....	164
4.3.1	Basisformeln zur Darstellung von Renditen über mehrere Perioden.....	164
4.3.2	Berechnungsmethode gemäß Basisformel I.....	172
4.3.2.1	Lösungsansatz 1	172
4.3.2.2	Lösungsansatz 2	174
4.3.2.2.1	Grundlegende Betrachtungen.....	174
4.3.2.2.2	Ansatz nach Kirievsky und Kirievsky.....	178
4.3.3	Berechnungsmethode gemäß Basisformel II	180
4.3.3.1	Ansatz nach Wilshire	180
4.3.3.2	Ansatz nach Valtonen	183
4.3.4	Berechnungsmethode gemäß Basisformel III	186
4.3.4.1	Ansatz nach Kahan (I)	186
4.3.4.2	Ansatz nach Kahan (II)	187
4.3.5	Ansätze nach Menchero und Cariño	188
4.3.6	Abschließende Bemerkungen zu den einzelnen Verfahren	194
4.3.7	Frequenz bei der Erhebung von Bestandsdaten und praktische Aspekte bei der Implementierung in der Praxis.....	198

4.4	Attributionsanalyse in geometrischer Form	200
4.4.1	Ansatz nach Burnie et al.	200
4.4.2	Ansätze nach Menchero und Cariño	204
4.5	Aufschlüsselung des internen Zinssatzes	208
	Anhang zu Kapitel 4	210
A	Brinson-Ansatz im Mehrperiodenfall unter Abspaltung der Währungskomponenten bei einem aktiven Währungsmanagement: Lösungsansatz 1	210
B	Brinson-Ansatz im Mehrperiodenfall unter Abspaltung der Währungskomponenten bei einem aktiven Währungsmanagement: Lösungsansatz 2	211
C	Beispiele	213
	Übungen zu Kapitel 4	218
5	Attributionsanalyse bei Rentenportfolios	220
5.1	Investmentprozesse bei Rentenportfolios	220
5.1.1	Determinanten des Investmentprozesses bei Rentenportfolios	220
5.1.1.1	Zinsstrukturkurven	220
5.1.1.2	Terminzinssätze und implizite Prognosen	226
5.1.2	Abgrenzung zur Methodik bei Aktienportfolios	227
5.2	Zinskurvenbasierte Attributionsanalyse mittels eines OAS-Bewertungsansatzes	232
5.2.1	Bewertungsmodell	232
5.2.2	Beschreibung der Effekte	235
5.2.3	Berechnung der Renditen	243
5.2.4	Attribution relativ zu einer Benchmark	246
5.2.5	Analyse unter Abspaltung der Restterme	250
5.2.6	Verallgemeinerung auf Portfolios mit unterschiedlichen Währungssegmenten	251
5.3	Einbeziehung von Verfahren zur Ermittlung der Zinsstruktur in die Attributionsanalyse	254
5.3.1	Die Verfahren von Nelson und Siegel und Svensson	254
5.3.2	Hauptkomponentenanalyse	260
5.4	Alternative Vorgehensweisen	262
5.4.1	Betrachtung von Referenzportfolios	262
5.4.1.1	Ansatz nach van Breukelen	262
5.4.1.2	Ansatz nach McLaren	266
5.4.2	Durationsbasierte Ansätze	268
	Übungen zu Kapitel 5	271
6	Attributionsanalyse von Portfolios mit mehreren Assetklassen	272
6.1	Grundlegende Betrachtungen	272
6.2	Attributionsanalyse auf zwei Ebenen	273
6.2.1	Beitragskomponenten ohne Abspaltung von Währungsbeiträgen	273
6.2.2	Beitragskomponenten mit Abspaltung von Währungsbeiträgen	282
6.3	Attributionsanalyse auf drei Ebenen	286
6.3.1	Beitragskomponenten ohne Abspaltung von Währungsbeiträgen	286

6.3.2 Beitragskomponenten mit Abspaltung von Währungsbeiträgen	290
6.4 Implementierung in der Praxis	292
Übungen zu Kapitel 6	293
7 Attributionsanalyse mit Derivaten	295
7.1 Einführung	295
7.2 Attributionsanalyse mit einem derivategesteuerten Währungsmanagement	295
7.2.1 Währungsmanagement mit Devisentermingeschäften	295
7.2.1.1 Ansatz nach Ankrim und Hensel	298
7.2.1.2 Ansatz nach Singer und Karnosky	303
7.3 Behandlung von Futures und Forwards	309
7.3.1 Cost-of-Carry-Betrachtung	309
7.3.2 Aktienfutures	311
7.3.3 Aktienindexfutures	316
7.3.3.1 Basiswert des Futures ist identisch zur Aktienbenchmark	316
7.3.3.2 Basiswert des Futures unterscheidet sich von der Aktienbenchmark	321
7.3.4 Rentenfutures	324
7.4 Berücksichtigung von Optionen	328
7.4.1 Eigenschaften von Optionen und deren Bewertung	328
7.4.2 Optionen auf Aktien	331
7.4.3 Optionen auf Aktienindizes	334
7.4.4 Grenzen der aufgezeigten Methodik und Erweiterungsmöglichkeiten	336
7.5 Swaps	337
Übungen zu Kapitel 7	338
8 Global Investment Performance Standards (GIPS)	339
8.1 Hintergründe	339
8.1.1 Historische Entwicklung	339
8.1.2 Grundzüge der Standards	341
8.2 Bestimmung der Verwaltungseinheit	343
8.3 Bildung von Composites	347
8.3.1 Bestimmung von diskretionären Portfolios	347
8.3.2 Kriterien zur Einteilung von Portfolios in Composites	354
8.3.3 Bildung von Carve-outs	358
8.4 Ermittlung der Compositere Rendite	362
8.4.1 Standards zur Bewertung von Portfolios	362
8.4.2 Berechnungsmethodik	364
8.4.3 Brutto- vs. Netto Rendite	367
8.4.4 Darstellung von Performanceergebnissen nach Währungsumstellungen	373
8.5 Weitere Offenlegungsvorschriften zur Compositestruktur und Musterpräsentationen	377
8.5.1 Anforderungen und Empfehlungen der GIPS	377
8.5.2 Zusatzinformationen auf freiwilliger Basis	381

8.5.3 GIPS-Leitlinie zur Werbung	382
8.6 Pflege der Composites	385
8.7 Unabhängige Prüfung der Einhaltung der Standards	385
Übungen zu Kapitel 8	387
9 Darstellung der Risiken des Investmentprozesses und Performancemaße	389
9.1 Risiken des Investmentprozesses	389
9.1.1 Klassifizierung der Risiken des Investmentprozesses	389
9.1.2 Systematische und unsystematische Risiken	390
9.2 Messung des absoluten Risikos	391
9.2.1 Volatilität	391
9.2.1.1 Berechnungsformeln	391
9.2.1.2 Aufschlüsselung der Volatilität	401
9.2.2 Duration als Risikomaß für Rentenportfolios	404
9.2.2.1 Macauley Duration	404
9.2.2.2 Modified Duration	409
9.2.2.3 Effective Duration	410
9.2.2.4 Key Rate Duration	411
9.2.2.5 Spread Duration	413
9.2.3 Value-at-Risk, Ausfallwahrscheinlichkeit und asymmetrische Risikomaße ...	414
9.2.3.1 Value-at-Risk	414
9.2.3.2 Conditional Value-at-Risk	424
9.2.3.3 Ausfallwahrscheinlichkeit	425
9.2.3.4 Asymmetrische Risikomaße zur Messung des Downside Risk	426
9.3 Messung des Abweichungsrisikos gegenüber einer Benchmark	432
9.3.1 Tracking Error und Active Share	432
9.3.2 Beta als Risikomaß für Aktienportfolios	439
9.4 Performancemaße	449
9.4.1 Sharpe Ratio	450
9.4.2 Treynor Ratio	454
9.4.3 Jensen-Alpha	456
9.4.4 Treynor/Black Ratio	458
9.4.5 Differential Return	459
9.4.6 Risk-Adjusted Performance und Market Risk-Adjusted Performance	461
9.4.7 Information Ratio	464
9.4.8 Sortino Ratio, Omega, Kappa und andere mit dem Downside Risk adjustierte Performancemaße	467
9.4.9 Einfluss der Datenquellen und Berechnungsmethoden auf Performancemaße	471
9.5 Messung der Homogenität der Managementleistung	471
9.5.1 Min-Max	472
9.5.2 Standardabweichung	473
9.5.3 Volumengewichtete Standardabweichung	473

9.5.4 Quartilsdarstellung.....	474
9.5.5 Kombination verschiedener Dispersionsmaße.....	476
9.6 Darstellung allgemeiner Risiken im Sinne der GIPS.....	478
Übungen zu Kapitel 9.....	480
10 Risikoadjustierte Attributionsanalyse und spezielle Aspekte bei der Analyse von Hedgefonds	486
10.1 Risikoadjustierte Attributionsanalyse auf Basis des systematischen Risikos.....	486
10.1.1 Vorbemerkungen.....	486
10.1.2 Intuitive Ableitung über den Investmentprozess.....	486
10.1.3 Ansatz nach Ankrim.....	496
10.2 Risikoadjustierte Attributionsanalyse auf Basis der Information Ratio.....	498
10.3 Spezielle Aspekte bei der Analyse von Hedgefonds.....	499
10.3.1 Attributionsanalyse bei Portfolios mit Leerverkäufen	499
10.3.2 Auf dem Drawdown basierende Risikomaße	500
10.3.2.1 Motivation.....	500
10.3.2.2 Drawdown, Maximum Drawdown, Calmar, Sterling und Burke Ratio.....	500
10.3.2.3 Ulcer Index und Martin Ratio.....	502
10.3.2.4 Lake Ratio.....	504
Übungen zu Kapitel 10.....	505
Literaturverzeichnis.....	506
Stichwortverzeichnis.....	521

1 Einordnung der Performanceanalyse in den Produktionsprozess der Vermögensverwaltung

1.1 Anwendungsgebiete der Performanceanalyse

Die verschiedenen Formen der im Rahmen der Vermögensverwaltung (Asset Management) zur Verfügung stehenden Anlageprodukte sind in ihrer Gesamtheit von Einzelnen kaum noch zu überblicken. Das Spektrum erstreckt sich von Direktanlagen in einzelnen Wertpapieren oder Objekten über Produkte, die viele Einzelanlagen kombinieren (Investmentfonds, Zertifikate, Produkte im Versicherungsbereich), bis hin zu komplizierten abgeleiteten Instrumenten (Derivaten). Ein wichtiger Bereich der Vermögensverwaltung, der im Rahmen dieser Abhandlung repräsentativ herausgegriffen und mit Beispielen illustriert werden soll, ist der Bereich der Investmentfonds. Wie Abbildung 1.1 verdeutlicht, zeichnet sich dieser Bereich durch sehr hohe Gesamtvolumina und Wachstumsraten aus. Auch dieses Segment, für sich betrachtet, bietet bereits eine nur schwer zu überschauende Palette unterschiedlicher Produktformen und Produkte. Das Spektrum reicht von Aktien- und Rentenfonds über Geldmarktfonds bis hin zu Immobilien- und Derivatefonds. Diese einzelnen Kategorien liegen wiederum in einer Vielzahl unterschiedlicher Ausprägungen vor, sodass selbst bei dieser Fokussierung nur einzelne Teilbereiche näher beleuchtet werden können.

Die im Rahmen dieser Darstellung beschriebenen Formen der Performancemessung und -analyse sowie der Darstellung der Ergebnisse sind jedoch prinzipiell auf sämtliche Formen von Finanzanlagen anwendbar. Voraussetzung im Einzelfall ist jedoch, dass die benötigten Informationen vorliegen und dass gegebenenfalls ein adäquater Vergleichsmaßstab („Benchmark“) vorhanden ist, mit dem die Managementleistung des Portfoliomanagers verglichen werden kann.

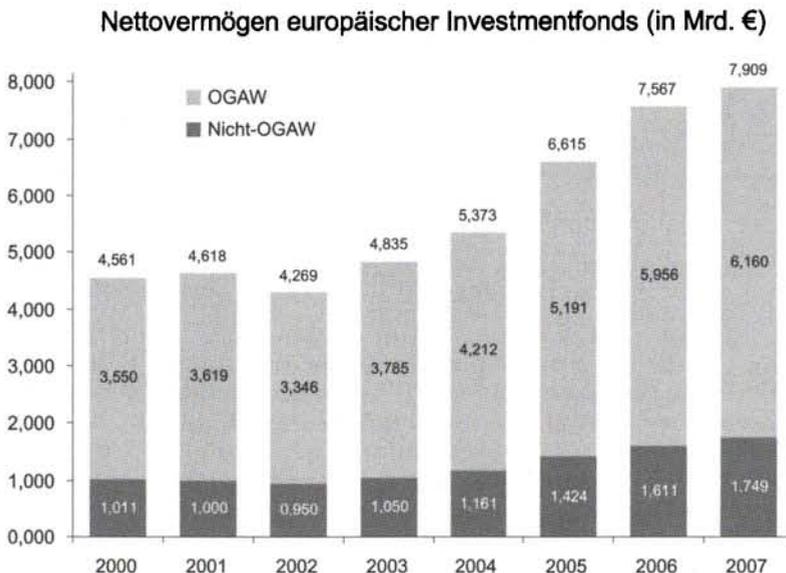


Abbildung 1.1: Entwicklung des Gesamtvolumens europäischer Investmentfonds (Quelle: [EFAMA 08]).

1.2 Prozesskomponenten der Vermögensverwaltung und Überblick über wichtige Investmentstile

Entsprechend der wachsenden Zahl unterschiedlicher Produkte, dem starken Anstieg der verwalteten Volumina und dem Umfang der zu berücksichtigenden gesetzlichen Vorschriften gestaltet sich der Produktionsprozess in der Vermögensverwaltung immer aufwendiger. Unter dem Produktionsprozess wird bei dieser Sichtweise die Gesamtheit aller Funktionen verstanden, die zum Erreichen der Anlageziele der Kunden beitragen. Darunter fallen nicht nur die „klassischen“ Bereiche des eigentlichen Portfoliomanagements oder der Kundenberatung, sondern auch Bereiche, die eher in der Geschäftsabwicklung („Back Office“) angesiedelt sind, wie etwa das Anlage- oder Risikocontrolling oder die Portfolioanalyse.

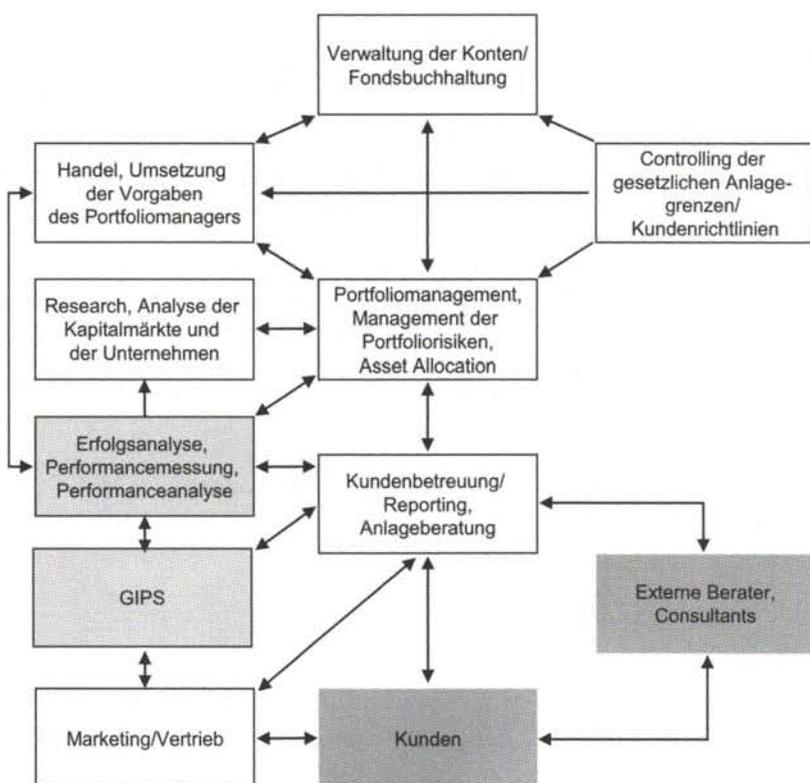


Abbildung 1.2: Prozesskomponenten der Vermögensverwaltung und die wichtigsten Verbindungen untereinander. Die dunklen Felder symbolisieren die Zielgruppen (Kunden, Consultants). Die Bereiche, die in den nachfolgenden Kapiteln im Detail behandelt werden (GIPS, Performancemessung und -analyse), sind ebenfalls optisch hervorgehoben.

In Abbildung 1.2 wird versucht, die wichtigsten Komponenten zusammenzustellen und Verbindungen zwischen ihnen aufzuzeigen.¹ Dabei hängt es selbstverständlich von der Größe des Vermögensverwalters (betreute Volumina, Anzahl der Portfolios und Mitarbeiter etc.) ab, ob alle aufgezeigten Bereiche als separate Komponenten interpretiert werden oder ob Teile bei

¹ Eine vergleichbare Darstellung findet sich in [Rehkugler 98].

der konkreten Realisierung innerhalb einer Gesellschaft organisatorisch zusammengefasst werden. Ferner besteht die Möglichkeit, dass einzelne Bereiche wegfallen, wie z. B. die Komponente *GIPS*, deren Beachtung auf freiwilliger Basis erfolgt. Bereiche können auch ausgelagert werden. Ein Standardbeispiel ist hier die sogenannte Master-KAG, die lediglich die administrativen Aufgaben bei der Fondsverwaltung wahrnimmt, das eigentliche Fondsmanagement jedoch auslagert.

Die zentralen Komponenten der Vermögensverwaltung sind die Bereiche *Anlageberatung*, *Kundenbetreuung (Reporting)* und *Portfoliomanagement*. Im ersten Bereich wird herausgearbeitet, welche Investitionsform am besten geeignet ist, die individuellen Anlage- bzw. Risikopräferenzen des Investors widerzuspiegeln. Bei diesem Schritt beziehen Kunden häufig *externe Berater* (sogenannte *Investment Consultants*) mit ein. Daher ist es für Vermögensverwalter wichtig, nicht nur die Kunden, sondern auch die Consultants über die Produkte und die erzielten Anlageergebnisse umfassend zu informieren.

Im *Portfoliomanagement* werden die Anlageentscheidungen bei der Umsetzung des (mit den Kunden vereinbarten) Anlagekonzepts getroffen. Die Verwaltung eines Portfolios kann auf unterschiedlichen Methoden (Investmentstilen) basieren. Da auf diese in den folgenden Kapiteln Bezug genommen wird, sollen verschiedene dieser Ansätze hier kurz skizziert werden. Dabei wird zwischen fundamental-ökonomischen und quantitativen Anlagestilen differenziert.²

Wichtige fundamental-ökonomische Anlagestile sind beispielsweise der „Value-“ und der „Growth-Investmentstil“. Im Rahmen eines „Value-Investmentstils“ investieren Portfoliomanager vornehmlich in Unternehmen, deren Unternehmenswert nach ihrem Dafürhalten nicht adäquat durch den Börsenkurs dargestellt wird (unterbewertete Unternehmen). „Value-Aktien“ werden anhand bestimmter Kriterien („Value-Kriterien“), wie z. B. das Verhältnis des Aktienkurses zum Buchwert pro Aktie („Price-to-Book“) oder die Dividendenrendite, herausgefiltert. Verfolgt ein Portfoliomanager ein „Growth-Konzept“, dann investiert er primär in Unternehmen, für die er ein überdurchschnittliches Wachstum der Gewinne prognostiziert, wobei er unterstellt, dass das überdurchschnittliche Gewinnwachstum an überdurchschnittlich steigende Aktienkurse gekoppelt ist.

Generell zu unterscheiden ist noch zwischen „Bottom-up-“ und „Top-down-Investmentprozessen“. Bei ersteren steht die Analyse der Einzeltitel (Aktien) im Vordergrund, bevor die Aussichten ganzer Branchen oder Marktregionen betrachtet werden. Im Extremfall resultiert die Gewichtung einzelner Anlageklassen des Portfolios („Asset Allocation“) aus der Titelauswahl. Bei einem Prozess der zweiten Kategorie ist es umgekehrt. Hier wird zunächst das makroökonomische Umfeld analysiert, bevor die Einzeltitel betrachtet werden. In der Praxis werden insbesondere Investmentprozesse, bei denen die Gewichte der Anlageklassen als primäre Größen vorgegeben werden (mit anschließender Selektion der Einzeltitel innerhalb dieser Grenzen) als Top-down-Ansätze bezeichnet.

Der fundamental-ökonomische Managementstil basiert somit auf systematischen Untersuchungen der makroökonomischen Rahmenbedingungen und der Analyse von Unternehmen bzw. der Instrumente, in die investiert werden soll. Diesen Bereich bezeichnet man im Allgemeinen als *Research*. Die Researchaufgaben können vom Portfoliomanagement selbst

² Für eine ausführlichere Diskussion von Investmentstilen siehe [Bruns/Meyer-Bullerdieck 08, S. 93 ff.].

und/oder von einer separaten Abteilung innerhalb der gleichen Gesellschaft und/oder von einer anderen Gesellschaft wahrgenommen werden.

Neben fundamental-ökonomischen Managementstilen ist der Bereich des quantitativen Portfoliomanagements von großer Bedeutung. Innerhalb dieses Bereichs wird zwischen einem „passiven“ und einem „aktiven“ Anlagestil unterschieden.³ Von einem „passiven quantitativen Managementstil“ spricht man in der Regel dann, wenn das Anlageziel darin besteht, die Wertentwicklung einer vorgegebenen Benchmark mit dem Portfolio möglichst genau zu replizieren. Der Begriff „passiv“ ist in diesem Zusammenhang nicht im Sinne einer „Buy-and-Hold-Strategie“ zu interpretieren, da „Index Tracking“ kontinuierliches Agieren (etwa bei der Reinvestition von Dividenden- oder Zinszahlungen oder bei Revisionen der Benchmark) erfordert. Eine andere wichtige Form des passiven quantitativen Portfoliomanagements betrifft den Bereich der „Wertsicherungsstrategien“ („Portfolio Insurance“).⁴ Ziel einer solchen Strategie ist es, einen bestimmten Teil des Kapitaleinsatzes (über einen bestimmten Zeitraum) abzusichern, d. h., es soll erreicht werden, dass selbst bei widrigen Marktbedingungen nur ein partieller Verlust des eingesetzten Kapitals erfolgt bzw. ein Verlust gänzlich ausgeschlossen werden kann. Diese Form des Portfoliomanagements richtet sich in erster Linie an risikoaverse Investoren. Das Ziel eines „aktiven quantitativen Portfoliomanagement-Ansatzes“ besteht darin, auf Basis festgelegter Regeln (Algorithmen), die auf Ineffizienzen der Märkte basieren, die Performance einer vorgegebenen Benchmark zu übertreffen.

Im Bereich des *Handels* werden die strategischen Entscheidungen des *Portfoliomanagements* in Form von Käufen und Verkäufen umgesetzt. Die dabei erzielte Effizienz (z. B. Gewährleistung marktgerechter Preise und Handelskonditionen) sowie Timingentscheidungen haben einen erheblichen Einfluss auf das Erreichen des Anlageziels.

Andere wichtige Bereiche, deren Bedeutung in den letzten Jahren stark zugenommen hat, sind die *Performancemessung* sowie die *Erfolgs-* und *Performanceanalyse*. Es sind diese Bereiche, mit denen sich dieses Buch vornehmlich auseinandersetzen wird. Abbildung 1.2 verdeutlicht deren zentrale Bedeutung im Gesamtzusammenhang der Vermögensverwaltung sowie die vielfältigen Wechselwirkungen mit den anderen Funktionen. Sie stehen in direkter Beziehung zu den Funktionen des *Portfoliomanagements* und dem *Management der Portfoliorisiken* sowie zum Bereich *Handel*. Ein Doppelpfeil deutet an, dass zwischen den derart verbundenen Bereichen i. Allg. ein besonders intensiver wechselseitiger Informationsaustausch stattfindet. Die Bereiche der *Performance-* und *Erfolgsanalyse* bewerten die Leistungen des Portfoliomanagements, des Handels und ggf. anderer Bereiche wie etwa des Researchs; die erstellten Analysen werden umgekehrt vom Portfoliomanagement zur Korrektur von Fehlentwicklungen oder zur Modifikation der Investmentprozesse herangezogen.

³ Auch fundamental-ökonomisch orientierte Investmentstile werden gelegentlich mit dem Attribut „passiv“ versehen. Als Beispiel für einen passiven Stil kann die Konstruktion sogenannter Betafonds angesehen werden. Das Ziel solcher Fonds besteht darin, ein diversifiziertes Portfolio mit einem Beta größer als eins zu realisieren, dessen Entwicklung alleine von der Entwicklung der Benchmark abhängt. Die Schätzungen der zugrunde liegenden Betawerte können dabei auf fundamental-ökonomischen Daten basieren (vgl. [Steiner/Bruns 07, S. 313]). Als weiteres Beispiel für einen passiven fundamental-ökonomischen Ansatz können „Buy-and-Hold-Strategien“ angeführt werden. Eine solche Strategie besteht darin, einen Anfangsbestand an Wertpapieren unter weitgehender Vermeidung von nachfolgenden Käufen oder Verkäufen über einen längeren Zeitraum zu halten.

⁴ Siehe etwa [Loistl 90, S. 349 f.].

Grundvoraussetzung für die Erstellung aussagekräftiger Analysen ist die genaue Kenntnis des zugrunde liegenden Investmentprozesses. Nur so lässt sich im Einzelfall die richtige Benchmark⁵ oder das erforderliche Detailniveau einer Analyse (bspw. für einen Top-down-Ansatz) bestimmen.

Die Analyse der Investmentprozesse erfolgt auf Basis unterschiedlicher Zeitskalen: Während die Beurteilung eines allgemeinen Investmentprozesses in der Regel einen langfristigen Betrachtungszeitraum voraussetzt, ist für die Bereinigung von sich kurzfristig ergebenden Risiken hinsichtlich des Erreichens von Anlagezielen oftmals schnelles Handeln erforderlich. Dies stellt hohe Anforderungen an den Bereich *Portfolioanalyse*, da die Analysemethoden eng an die einzelnen Investmentprozesse angepasst sein müssen.

⁵ Ein Portfolio, das gemäß einem Value-Ansatz gesteuert wird, sollte beispielsweise mit einer geeigneten Value-Benchmark gemessen werden. Für andere Portfoliotypen ist die Bestimmung der Benchmark jedoch schwieriger. Insbesondere bei Wertsicherungsansätzen oder sog. *Absolute-Return-Ansätzen* lässt sich häufig keine Benchmark bestimmen, die alle Anforderungskriterien erfüllt (vgl. hierzu die Ausführungen in Kapitel 3).

2 Renditemaße

2.1 Basisformel der Renditeberechnung

Alle in diesem Kapitel erörterten Renditemaße basieren auf einer grundlegenden Formel („Basisformel“) zur Berechnung der Wertänderung einer Investition. Als *Basisformel der Renditeberechnung* wird im Folgenden die Formel aufgefasst, mit der die Rendite einer Investition ohne nachfolgende Mittelab- oder Mittelzuflüsse, also genau *einer* Investition, berechnet wird. Wenn I_0 den Wert der Anfangsinvestition bezeichnet und I_1 den Wert dieser Investition zu einem nachfolgenden Zeitpunkt, dann wird mit

$$R = \frac{I_1 - I_0}{I_0} = \frac{I_1}{I_0} - 1 \quad (2.1)$$

die (einfache) Rendite¹ dieser Investition bezeichnet.

$$R = \frac{I_1 - I_0}{I_0} * 100 \% = \left(\frac{I_1}{I_0} - 1 \right) * 100 \% \quad (2.2)$$

gibt die prozentuale Wertänderung der Anfangsinvestition an. Auch diese Größe wird im Folgenden Rendite genannt. Für die formale Darstellung von Renditeberechnungen erweist sich die Darstellung in Formel (2.1) als vorteilhafter. Bei dieser Darstellungsform werden die Erträge (Zinsen, Dividenden etc.) unter I_1 subsumiert. In den nachfolgenden Abschnitten werden derartige Zahlungen als exogene Mittelbewegungen aufgefasst. Sollen diese Erträge hervorgehoben werden, dann kann Formel (2.2) auch in folgender Form geschrieben werden (D_1 seien die in der Periode aufgelaufenen Erträge):

$$R = \frac{I_1 + D_1 - I_0}{I_0} * 100 \% = \left(\frac{I_1 + D_1}{I_0} - 1 \right) * 100 \%$$

Beispiel 2.1 (Anwendung der Basisformel):

Datum	Inventarwert (Mio. €)
t_0	100
t_1	120

Tabelle 2.1: Wertentwicklung einer Investition ohne nachfolgende Mittelbewegungen.

Die einfache Entwicklung obiger Kontostaffel wird in Abbildung 2.1 veranschaulicht.

¹ Anstatt der Bezeichnung Rendite wird in der Praxis häufig auch der Begriff Performance verwendet. In der wissenschaftlichen Fachliteratur (vgl. etwa [Wittrock 00a]) wird dieser Begriff in der Regel jedoch nur für risikoadjustierte Renditen benutzt. (Vgl. hierzu auch Abschnitt 9.4.)

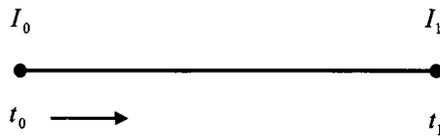


Abbildung 2.1: Wertentwicklung einer Investition ohne weitere Mittelbewegungen.

Gemäß Formel (2.1) (bzw. Formel(2.2)) errechnet sich die Rendite R zu

$$R = \frac{120 - 100}{100} = 0,2 = 20 \% \quad (2.3)$$

Das Beispiel verdeutlicht, wie die Ausdrücke $\frac{I_1 - I_0}{I_0}$ und $\frac{I_1 - I_0}{I_0} * 100 \%$ miteinander identifiziert werden. Der Dezimalzahl $\frac{I_1 - I_0}{I_0} = 0,10$ entspricht der prozentuale Wert von 10 %.

Sind im Zeitintervall von t_0 bis t_1 exogene Mittelbewegungen² (Einbringungen und/oder Entnahmen) erfolgt, dann lässt sich obige Vorgehensweise nur auf die Teilintervalle, die zwischen zwei Mittelbewegungen liegen, anwenden. Bei Portfolios, die viele Mittelbewegungen zu verzeichnen haben (z. B. Investmentfonds) wäre eine solche Vorgehensweise aufwendig. Als Resultat erhielte man eine lange Liste mit Renditen, die aufgrund ihrer Unübersichtlichkeit sowohl für den Portfoliomanager als auch für den Investor wenig hilfreich wäre. Bei komplexeren Kontostaffeln werden daher andere Renditemaße zur Messung der Wertentwicklung herangezogen.

Ein Investor ist in der Regel an folgenden Renditewerten interessiert:

1. Durchschnittszins für seine Investments über eine (mehrere) bestimmte Periode(n)
2. Rendite, die von den erfolgten Mittelbewegungen abstrahiert und (daher) mit der Rendite einer Benchmark (z. B. des DAX) vergleichbar ist

Hat der Vermögensverwalter keinen oder nur einen geringfügigen Einfluss auf die Auswahl der Anlagensegmente eines Portfolios und die Zeitpunkte der exogenen Mittelbewegungen, dann ist der erste Renditewert für ihn von untergeordneter Bedeutung (vgl. Abschnitt 2.5). Unter diesen Voraussetzungen ist es sinnvoll, seine Leistung anhand einer Benchmark, die einen geeigneten Maßstab für das Portfolio darstellt (vgl. Kapitel 3), zu beurteilen.

² Solche exogenen Mittelbewegungen resultieren sowohl aus vom Investor oder Portfoliomanager gesteuerten Eingriffen (Dotierung des Fonds mit zusätzlichen Mitteln, Erhöhung eines Segmentgewichts durch Zukäufe von Wertpapieren) als auch – wie bereits erwähnt – aus Abflüssen wie Dividenden- oder Zinszahlungen, die nicht direkt vom Portfoliomanager oder Investor gesteuert werden.

2.2 Geometrische Verknüpfung und Skalierung von Renditen

Renditen über angrenzende Perioden, die von Mittelbewegungen abstrahieren, werden in multiplikativer Form miteinander verknüpft. Neben den über die Basisformel ermittelten Renditen gilt diese Aussage auch für die zeitgewichteten Renditen (vgl. Abschnitt 2.4). Für interne Zinssätze (vgl. Abschnitt 2.3) gilt diese Aussage nicht.

Beispiel 2.2 (Verknüpfung von Renditen):

Der DAX 30 (oder kurz: DAX) hat im ersten Quartal 2006 eine Rendite von $R_1 = 10,39\%$ und im zweiten Quartal eine Rendite von $R_2 = -4,80\%$ erzielt. Ausgehend von diesen Werten errechnet sich die Rendite R über den gesamten Zeitraum (erstes Halbjahr 2006) gemäß

$$1 + R = (1 + R_1) * (1 + R_2) = 1,1039 * 0,952 = 1,0509.$$

Es folgt: $R = 5,09\%$.

Formal ist diese Eigenschaft im Falle der Basisformel unmittelbar ersichtlich. Seien R_1 und R_2 allgemein die Renditen der Teilintervalle und R die Gesamrendite. Bezeichnen I_0 , I_1 und I_2 die Inventarwerte respektive zu Beginn des ersten Intervalls, zu Beginn des zweiten Intervalls (= zum Ende des ersten Intervalls) und zum Ende des zweiten Intervalls, dann gilt:

$$1 + R = \frac{I_2}{I_0} = \frac{I_2}{I_1} * \frac{I_1}{I_0} = (1 + R_1) * (1 + R_2).$$

Häufig werden Renditen auf annualisierter Basis dargestellt, d. h., für Renditen, die sich auf einen längeren Zeitraum beziehen, wird eine durchschnittliche jährliche Rendite R_{ann} angegeben. Gemäß den obigen Ausführungen zur Verknüpfung von Renditen gilt

$$1 + R = (1 + R_{ann})^n,$$

wobei n die Anzahl der Jahre ist, über die die Rendite R berechnet wurde. Ausgehend von einer gegebenen Rendite R erhält man somit die durchschnittliche annualisierte Rendite gemäß

$$1 + R_{ann} = (1 + R)^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{1 + R}. \quad (2.4)$$

Beispiel 2.3 (Annualisierte Rendite des DAX):

Der Indexstand des DAX betrug an den Stichtagen 01.01.1993 und 31.12.2006 1545,05 bzw. 6596,92. Die Rendite des DAX betrug somit über diesen Zeitraum 326,97%. Es gilt:

$$1 + R_{ann} = \sqrt[4]{4,2697} \approx 1,10925.$$

Die durchschnittliche Rendite des DAX betrug im Betrachtungszeitraum somit 10,93 %.

Einen wichtigen Spezialfall stellt die Beziehung zwischen der Rendite auf Tagesbasis und der annualisierten Rendite dar.

Wird mit R die Rendite bezeichnet, die sich auf den Zeitraum eines Jahres bezieht (z. B. eine annualisierte Rendite), dann wird die zugehörige tägliche Rendite Q durch folgende Gleichung definiert:

$$1 + Q = (1 + R)^{\frac{1}{360}} = \sqrt[360]{1 + R}. \quad (2.5)$$

Definitionsgemäß besteht ein Jahr somit aus 360 Tagen.³

2.3 Interner Zinssatz

Der interne Zinssatz ist der in Abschnitt 2.1 angesprochene konstante Durchschnittszins. Bevor die allgemeine Formel zur Berechnung dieses Renditewertes angegeben wird, soll zunächst die Kernidee mittels einiger Beispiele dargestellt werden.

Beispiel 2.4 (Berechnung des internen Zinssatzes bei einer Einbringung):

Datum	Mittelbewegung	Inventarwert
01.01.2007		100
30.06.2007	100	?
31.12.2007		250

Tabelle 2.2: Kontostaffel mit einer Einbringung in der Mitte des Zeitintervalls.

Die Anwendung von Formel (2.1) ergibt für die Kontostaffel in Tabelle 2.2 kein sinnvolles Ergebnis. Da der Inventarwert zum 30.06.2007 nicht vorliegt (das Portfolio wurde an diesem Tag nicht bewertet⁴), ist die Formel auch nicht auf die Teilintervalle anwendbar. Eine sinnvolle Fragestellung lautet jedoch: Mit welchem täglichen Durchschnittzinssatz Q hätten die

³ Diese Konvention wird in der Praxis häufig getroffen. Entsprechend wird oftmals angenommen, dass Monate aus 30 Tagen bestehen. Sofern aus der Berechnung tatsächliche Zahlungen abgeleitet werden sollen (beispielsweise beim Handel von Anleihen und deren aufgelaufenen Stückzinsen), muss natürlich etwas genauer gerechnet werden. Für einen guten Überblick über die unterschiedlichen Usancen bei der Berechnung von Stückzinsen siehe etwa [Deutsch 04, S. 13–17].

⁴ Unter der Fondsbewertung wird hier die Ermittlung des Anteilwerts bzw. des Inventarwerts verstanden. Dazu müssen für sämtliche Vermögensgegenstände des Fonds Preise ermittelt werden. Die Anteilwerte deutscher Publikumsfonds werden börsentäglich veröffentlicht. Sie entsprechen den Preisen, die der Anleger bei Rückgabe seiner Anteile erhalten würde (Rücknahmepreise).

beiden Einbringungen von jeweils 100 verzinst werden müssen, um einen Endwert von 250 zu erhalten? Dieser Zinssatz ergibt sich als Lösung der Gleichung⁵

$$100 * (1+Q)^{360} + 100 * (1+Q)^{180} = 250.$$

Die Substitution

$$x := (1+Q)^{180} \tag{2.6}$$

und Division durch 100 führen auf die Gleichung

$$x^2 + x = 2,5. \tag{2.7}$$

Die Lösungen dieser quadratischen Gleichung erhält man mittels der *quadratischen Formel*:⁶ $x = \sqrt{2,75} - 0,5 = 1,1583124$. Der auf ein halbes Jahr bezogene interne Zinssatz beträgt somit 15,83 %. Der tägliche Zinssatz ergibt sich durch Auflösen von Gleichung (2.6) nach Q :

$$Q \cong 1,1583124^{\frac{1}{180}} - 1 = 0,0008168 = 0,08168 \text{ \%}.$$

Dies führt zu einem annualisierten Zinssatz von $R_{ann} = (1+Q)^{360} - 1 = 0,3417 = 34,17 \text{ \%}$. Dieser Wert wird auch als *Money-Weighted Rate of Return* für obige Kontostaffel bezeichnet.

Beispiel 2.5 (Berechnung des internen Zinssatzes bei einer Entnahme):

Ähnlich verfährt man mit Entnahmen.

Datum	Mittelbewegung	Inventarwert
01.01.2007		100
31.09.2007	-50	?
31.12.2007		40

Tabelle 2.3: Kontostaffel mit einer Entnahme am Ende des dritten Quartals.

Die Kontostaffel in Tabelle 2.3 führt auf die Gleichung

⁵ Diese Vorgehensweise entspricht der Verzinsung von Einzahlungen auf einem Sparbuch, nur dass dort der Zinssatz vorgegeben und der Endinventarwert berechnet wird. Bei einem Zinssatz von 3 % p. a. errechnet sich z. B. der tägliche Zinssatz zu $Q = \left(\left(1 + \frac{3}{100} \right)^{\frac{1}{360}} - 1 \right) * 100 \% = 0,008211 \%$. Somit würde der Inventarwert nach einem Jahr $100 * 1,00008211^{360} + 100 * 1,00008211^{180} = 204,49$ betragen.

⁶ Die quadratische Gleichung $a * x^2 + b * x + c = 0$ hat die Lösungen $x_{1,2} = -\frac{b}{2a} \pm \sqrt{\frac{b^2}{4a^2} - \frac{c}{a}}$.

$$100 \cdot (1+Q)^{360} - 50 \cdot (1+Q)^{90} = 40. \quad (2.8)$$

Die Substitution $x = (1+Q)^{90}$ und Division durch 100 führen auf die Gleichung $x^4 - 0,5 \cdot x = 0,4$. Obwohl die Vorgehensweise vollkommen analog zum vorhergehenden Beispiel ist, ergibt sich in diesem Fall ein Problem, das sich (abgesehen von wenigen Spezialfällen) stets bei der Ermittlung des internen Zinssatzes stellt: Die sich ergebenden Gleichungen sind nur noch mittels eines Iterationsverfahrens lösbar. Für den interessierten Leser wird in Anhang B ein Verfahren skizziert, mit dem sich die Lösungen solcher Gleichungen ermitteln lassen. Im vorliegenden Fall wird lediglich das Ergebnis angegeben. Als Lösung von Gleichung (2.8) erhält man $Q = -0,033944 \%$. Dies führt zu einem annualisierten Zinssatz von $R_{ann} = -11,50 \%$.

Beispiel 2.6 (Interner Zinssatz bei einer Einbringung und einer Entnahme):

Ein Investor beauftragt am 01.01.1995 eine Investmentgesellschaft mit der Verwaltung eines Fonds, der ausschließlich in japanischen Aktien investiert sein soll und über ein Anfangsvolumen in Höhe von 100 Mio. € verfügt. Zunächst entwickelt sich der Fonds recht erfreulich, sodass der Investor am 01.01.1996 weitere 100 Mio. € in diesen Fonds investiert. Das „Timing“ dieser Investition ist jedoch nicht sehr glücklich, da der japanische Aktienmarkt im Verlauf des Jahres 1996 stark fällt. Aus Verärgerung über die unglückliche Marktentwicklung fließen daher am 01.01.1997 50 Mio. € aus dem Fonds ab. Dieses („prozyklische“) Verhalten resultierte in folgender Kontostaffel:

<i>Datum</i>	<i>Mittelbewegung (Mio. €)</i>	<i>Inventarwert (Mio. €)</i>
01.01.1995		100,0
31.12.1995		110,5
01.01.1996	100	210,5
31.12.1996		180,3
01.01.1997	-50	130,3
30.06.1997		145,1

Tabelle 2.4: Kontostaffel mit einer Einbringung und einer Entnahme.

Der tägliche Durchschnittszinssatz ergibt sich als Lösung der Gleichung

$$100 \cdot (1+Q)^{900} + 100 \cdot (1+Q)^{540} - 50 \cdot (1+Q)^{180} = 145,1. \quad (2.9)$$

Die Substitution $x = (1+Q)^{180}$ und Division durch 100 führen auf die Gleichung

$$x^5 + x^3 - \frac{1}{2}x - 1,451 = 0. \quad (2.10)$$

Wie bereits erwähnt, wird in Anhang B zu diesem Kapitel ein Verfahren beschrieben, mit dem sich die Lösung dieser Gleichung ermitteln lässt. Hier wird lediglich das Ergebnis der

Iterationsrechnung angegeben: $x \approx 0,99339139$. Daraus ergibt sich ein interner Zinssatz von ca. $-3,26\%$ über die gesamte Periode.

Die obigen Beispiele lassen sich leicht zur allgemeinen Berechnungsformel für den internen Zinssatz verallgemeinern. Wie in Abschnitt 2.1 sei I_0 der Wert der Anfangsinvestition und I_1 der Endwert. Es wird ein Zahlungsstrom von folgender allgemeiner Form betrachtet:

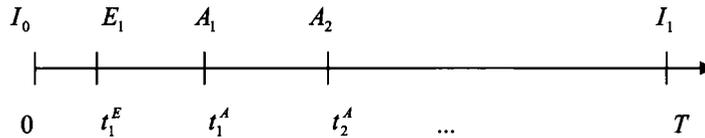


Abbildung 2.2: Zahlungsstrom einer Kontostaffel mit Einbringungen E_i zu Zeitpunkten t_i^E und Entnahmen A_i zu Zeitpunkten t_i^A . I_0 ist der Anfangsinventarwert und I_1 der Endinventarwert.

Hier bezeichnet E_i die i -te Einbringung (zum Zeitpunkt t_i^E) und A_i die i -te Entnahme (zum Zeitpunkt t_i^A). Die Zeitpunkte für die Einzahlungen/Entnahmen liegen innerhalb eines Zeitintervalls 0 bis T (vgl. Abbildung 2.2). Mit Q wird wieder der tägliche Durchschnittzinssatz bezeichnet. Dann gilt

$$I_0 \cdot (1+Q)^T + E_1 \cdot (1+Q)^{T-t_1^E} + E_2 \cdot (1+Q)^{T-t_2^E} + \dots + A_1 \cdot (1+Q)^{T-t_1^A} + A_2 \cdot (1+Q)^{T-t_2^A} + \dots = I_1.$$

In etwas kompakterer Form ergibt dies die

Bestimmungsgleichung für den internen Zinssatz (Money-Weighted Rate of Return)

$$I_0 \cdot (1+Q)^T + \sum_{i=1}^{N^E} E_i \cdot (1+Q)^{T-t_i^E} + \sum_{i=1}^{N^A} A_i \cdot (1+Q)^{T-t_i^A} = I_1, \quad (2.11)$$

wobei N^E die Anzahl der erfolgten Einbringungen und N^A die Anzahl der Entnahmen bezeichnen. Die A_i nehmen negative Werte an. Q ist der auf einen Tag skalierte interne Zinssatz. Der interne Zinssatz R^z für das gesamte Zeitintervall von 0 bis T ist wie folgt definiert:

$$1 + R^z := (1+Q)^T.$$

Schreibt man obige Gleichung in der Form

$$I_0 - \frac{I_1}{(1+Q)^T} + \sum_{i=1}^{N^E} \frac{E_i}{(1+Q)^{t_i^E}} + \sum_{i=1}^{N^A} \frac{A_i}{(1+Q)^{t_i^A}} = 0,$$

so erkennt man, dass Q jener Zinssatz ist, der den Barwert des durch die Mittelbewegungen festgelegten Zahlungsstroms zu null werden lässt. Dieser Zinssatz ergibt sich als iterative Lösung obiger Gleichung, zu deren Lösung man in der Praxis auf Computerprogramme zurückgreift, die auf iterativen Verfahren⁷ wie dem newtonschen Verfahren basieren (vgl. Anhang B zu diesem Kapitel).

2.4 Zeitgewichtete Rendite

2.4.1 Allgemeine Darstellung der zeitgewichteten Rendite

Während der interne Zinssatz einen hinsichtlich der erfolgten exogenen Mittelbewegungen gemittelten Renditewert ergibt, wird mittels der Berechnung der zeitgewichteten Rendite (*Time-Weighted Rate of Return*) versucht, von diesen Zahlungsströmen zu abstrahieren.⁸ Die zugrunde liegende Idee dabei ist, die Wertentwicklung einer Anfangsinvestition entsprechend der Wertentwicklung des Portfolios innerhalb der durch die exogenen Mittelbewegungen ausgezeichneten Teilintervalle nachzuvollziehen. Der spezifische Wert dieser Anfangsinvestition ist dabei unerheblich. Nachfolgend ein Beispiel zur Illustration.

Beispiel 2.7 (Berechnung der zeitgewichteten Rendite):

Es wird nochmals die Kontostaffel aus Beispiel 2.6 betrachtet:

Datum	Mittelbewegung (Mio. €)	Inventarwert (Mio. €)
01.01.1995		100,0
31.12.1995		110,5
01.01.1996	100	210,5
31.12.1996		180,3
01.01.1997	-50	130,3
30.06.1997		145,1

Tabelle 2.5: Kontostaffel mit einer Einbringung und einer Entnahme.

Anstatt jedoch eine durchschnittliche Rendite für die Zahlungsströme zu berechnen, wird die Entwicklung einer Investition von 100 €, die zu Beginn des Betrachtungszeitraums (also am 01.01.1995) in das Portfolio eingebracht wurde und bis zum Ende (also bis zum 30.06.1997) im Portfolio verblieben ist, verfolgt. Das Zeitintervall wird entsprechend den Mittelbewegungen in drei Perioden aufgespalten (vgl. Abbildung 2.3).

⁷ In [Stucki 88, Abschnitt 1.3.2] werden auch alternative Verfahren dargestellt.

⁸ Vgl. [Wittrock 00a, S. 18f].

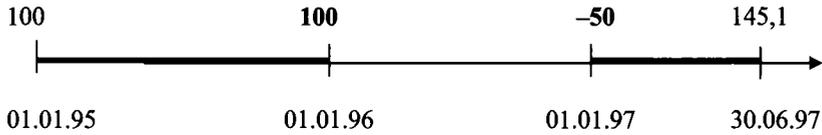


Abbildung 2.3: Untergliederung in Teilintervalle.

Im Zeitraum vom 01.01.1995 bis zum 31.12.1995 wuchsen die 100,00 € zu 110,50 € an. Die Wertänderung betrug somit 10,50 %. Im darauffolgenden Intervall (01.01.1996 bis 31.12.1996) wurden aus 210,50 € 180,30 €. Damit berechnet sich die Rendite für diesen Zeitraum zu

$$R = \frac{180,30 - 210,50}{210,50} = -0,1435 = -14,35 \%$$

Aus den 110,50 € wären also am Ende dieser Periode gemäß

$$110,50 * \left(1 + \frac{-14,35}{100} \right) = 94,64$$

94,64 € geworden. In der dritten Periode erhält man in analoger Weise eine mit der Basisformel ermittelte Rendite von

$$R = \frac{145,10 - 130,30}{130,30} = 0,1136 = 11,36 \%$$

Die 94,64 € hätten sich also gemäß

$$94,64 * \left(1 + \frac{11,36}{100} \right) = 105,39$$

zu 105,39 € verzinst. Über die gesamte Periode wuchsen die 100,00 € zu 105,39 € an. Die zeitgewichtete Rendite betrug somit 5,39 %.

Um dies in systematischer Form darzustellen, wird der Wert der Anfangsinvestition zum Zeitpunkt t mit I_t bezeichnet. Es gilt:

$$I_{30.06.97} = I_{31.12.96} * \left(1 + \frac{11,36}{100} \right) = I_{31.12.95} * \left(1 + \frac{-14,35}{100} \right) * \left(1 + \frac{11,36}{100} \right).$$

Somit erhält man

$$\begin{aligned}
 I_{30.06.97} &= I_{01.01.95} \cdot \left(1 + \frac{10,50}{100}\right) \cdot \left(1 + \frac{-14,35}{100}\right) \cdot \left(1 + \frac{11,36}{100}\right) \\
 &= 100 \cdot \left(1 + \frac{10,50}{100}\right) \cdot \left(1 + \frac{-14,35}{100}\right) \cdot \left(1 + \frac{11,36}{100}\right).
 \end{aligned}$$

Die verschiedenen Schritte, die zur Berechnung der zeitgewichteten Rendite notwendig waren, werden der Übersichtlichkeit halber in tabellarischer Form zusammengefasst:

	Periode 1		Periode 2		Periode 3	
Anfangs-/Endinventarwert	100,0	110,5	210,5	180,3	130,3	145,1
Periodenrendite in %	$100 \cdot \frac{110,5-100}{100} = 10,50$		$100 \cdot \frac{180,3-210,5}{210,5} = -14,35$		$100 \cdot \frac{145,1-130,3}{130,3} = 11,36$	
Wert der Anfangsinvestition am Periodenende	$100 \cdot \left(1 + \frac{10,50}{100}\right) = 110,50$		$110,50 \cdot \left(1 + \frac{-14,35}{100}\right) = 94,64$		$94,64 \cdot \left(1 + \frac{11,36}{100}\right) = 105,39$	
Kumulierte Rendite in %	10,50		-5,36		5,39	

Tabelle 2.6: Berechnung der zeitgewichteten Rendite für die Kontostaffel aus Beispiel 2.7.

Schließlich wird die erzielte Rendite R noch mittels der Basisformel berechnet:

$$\begin{aligned}
 R &= \frac{I_{30.06.97} - I_{01.01.95}}{I_{01.01.95}} \\
 &= \frac{100 \cdot \left(1 + \frac{10,50}{100}\right) \cdot \left(1 + \frac{-14,35}{100}\right) \cdot \left(1 + \frac{11,36}{100}\right) - 100}{100} \\
 &= \left(1 + \frac{10,50}{100}\right) \cdot \left(1 + \frac{-14,35}{100}\right) \cdot \left(1 + \frac{11,36}{100}\right) - 1.
 \end{aligned}$$

In symmetrischer Form ergibt dies:

$$1 + R = \left(1 + \frac{10,50}{100}\right) \cdot \left(1 + \frac{-14,35}{100}\right) \cdot \left(1 + \frac{11,36}{100}\right).$$

Die abgeleitete Formel lässt sich leicht verallgemeinern: Der Zeitraum, über den die Rendite berechnet werden soll, wird entsprechend der exogenen Mittelbewegungen unterteilt, sodass in die einzelnen Subintervalle keine exogenen Mittelbewegungen mehr fallen. Bei n Mittelbewegungen ergeben sich $n+1$ solcher Subintervalle. Für die einzelnen Subintervalle werden dann in elementarer Weise (mit der Basisformel) die $n+1$ Renditen R_1, R_2, \dots ermittelt. Schließlich werden diese Renditen entsprechend Formel (2.11) in multiplikativer Form verknüpft. Dies bezeichnet man auch als *geometrische Verknüpfung*:

Zeitgewichtete Rendite (Time-Weighted Rate of Return)

$$1 + R^{tw} := (1 + R_1) * (1 + R_2) * \dots * (1 + R_{n+1}) = \prod_{i=1}^{n+1} (1 + R_i). \quad (2.12)$$

Der Wert der zeitgewichteten Rendite der Kontostaffel aus Beispiel 2.7 lag mit 5,39 % deutlich über dem Wert des internen Zinssatzes von -3,26 %, der in Abschnitt 2.3 errechnet wurde. Auf diese Diskrepanz wird noch in Abschnitt 2.5, in welchem die Unterschiede zwischen der zeitgewichteten Rendite und dem internen Zinssatz eingehend untersucht werden, näher eingegangen. Bereits an dieser Stelle sei angemerkt, dass die Ermittlung der zeitgewichteten Rendite die Kenntnis der Inventarwerte zu den Zeitpunkten, an denen Mittelbewegungen erfolgen, erfordert. Dies ist bei der Berechnung des internen Zinssatzes nicht der Fall.

2.4.2 Renditeberechnung bei Investmentfonds

Der Kerngedanke bei der Berechnung der zeitgewichteten Rendite ist die Untersuchung der Wertentwicklung einer Anfangsinvestition über den jeweiligen Untersuchungszeitraum. Diese Vorgehensweise korrespondiert mit der BVI-Methode für die Renditeberechnung für Investmentfonds. Die Renditeberechnung mittels der Anteilwerte ist der Gegenstand nachfolgender Betrachtungen. Stellvertretend für andere Fondsgruppen werden Publikumsfonds ausgewählt.

Bei Publikumsfonds kommt es in der Regel täglich zu Mittelbewegungen, welche zum jeweils gültigen Anteilwert abgewickelt werden. Da der Anteilwert eines Investmentfonds im Allgemeinen einmal täglich ermittelt wird, wird im Folgenden von der Annahme ausgegangen, dass die Periode, innerhalb derer keine Mittelbewegungen erfolgen, einen Tag beträgt. Die Berechnung der zeitgewichteten Rendite erfolgt mittels Formel (2.12). Die R_i sind dabei die täglichen Renditen. Zur Berechnung der R_i werden die täglichen Inventarwerte (ausgedrückt durch die Anteilwerte I_i) benutzt. In den Abschnitten 2.4.2.1–2.4.2.3 werden zunächst einzelne Aspekte isoliert betrachtet. Die Beschreibung der eigentlichen Methode erfolgt in Abschnitt 2.4.2.4.

2.4.2.1 Renditeberechnung bei thesaurierenden Investmentfonds

Bei *thesaurierenden Fonds* erfolgen keine Ausschüttungen. Die Erträge (Zinsen, Dividenden, Mieten etc.) werden im Fonds belassen. Bei diesen Fonds ist die Ermittlung der Rendite besonders einfach.⁹ Bezeichnet N_i die Anzahl¹⁰ der ausgegebenen Anteile zwischen zwei Zeitpunkten der Anteilwert-Ermittlung, dann gilt

$$R_i = \frac{N_i * I_{i+1} - N_i * I_i}{N_i * I_i} = \frac{I_{i+1} - I_i}{I_i} = \frac{I_{i+1}}{I_i} - 1$$

⁹ In diesem Abschnitt wird zunächst von der Betrachtung steuerlicher Aspekte (vgl. Abschnitt 2.4.2.4) abgesehen, da zunächst das grundlegende Prinzip verdeutlicht werden soll.

¹⁰ Die Anzahl der ausgegebenen Anteile bleibt innerhalb der Perioden unverändert.

für die täglichen Renditen. Für eine Periode von N Tagen erhält man somit gemäß Formel (2.12)

$$1 + R^{nw} = \prod_{i=1}^N (1 + R_i) = \prod_{i=1}^N \left(1 + \frac{I_{i+1}}{I_i} - 1 \right) = \prod_{i=1}^N \frac{I_{i+1}}{I_i}. \quad (2.13)$$

Schreibt man den letzten Term aus, so erkennt man, dass

$$1 + R^{nw} = \frac{I_{n+1}}{I_n} * \frac{I_n}{I_{n-1}} * \dots * \frac{I_3}{I_2} * \frac{I_2}{I_1} = \frac{I_{n+1}}{I_1},$$

und folglich

$$R^{nw} = \frac{I_{n+1}}{I_1} - 1 = \frac{I_{n+1} - I_1}{I_1}.$$

Bei thesaurierenden Fonds lässt sich also die zeitgewichtete Rendite mittels der Basisformel direkt über die Anteilwerte ermitteln. Bei nicht thesaurierenden Fonds müssen zusätzlich zu den Anteilwerten die Ausschüttungen berücksichtigt werden. Die sich daraus ergebenden Modifikationen werden im folgenden Abschnitt erläutert.

2.4.2.2 Behandlung von Ausschüttungen

Die meisten Investmentfonds schütten einmal im Jahr ihre „ordentlichen Erträge“ (Zinsen, Dividenden, Mieten, ...) aus.¹¹ Die Problematik der Berücksichtigung von Ausschüttungen soll in diesem Abschnitt beispielhaft anhand eines konkreten Falles abgeleitet werden. Der Fonds *FONDAK* hatte folgende Entwicklung des Anteilwerts zu verzeichnen:

<i>Datum</i>	<i>Anteilwert (€)</i>
30.12.2005	98,02
⋮	⋮
31.07.2006	102,47
01.08.2006	101,49
⋮	⋮
29.09.2006	107,85

Tabelle 2.7: Entwicklung des Anteilwerts des Fonds FONDAK im Zeitraum vom 30.12.2005 bis 29.09.2006.

Am 01.08.2006 wurden pro Anteil 1,06 € ausgeschüttet.¹² Folglich kann die über die ersten drei Quartale erzielte Rendite des Fonds nicht einfach wie bei thesaurierenden Fonds gemäß der Basisformel

¹¹ Verschiedene Fonds berücksichtigen bei der Ausschüttung auch „außerordentliche Erträge“, wie z. B. realisierte Kursgewinne aus der Veräußerung von Wertpapieren oder Grundstücken. Dies wird im Einzelfall durch die jeweiligen Vertragsbedingungen festgelegt.

¹² Die Ausschüttung ist bereits um inländische Quellensteuern bereinigt (vgl. Abschnitt 2.4.2.4).

$$R = \frac{107,85 - 98,02}{98,02} = 0,1003 = 10,03\%$$

berechnet werden, da bei dieser Vorgehensweise die innerhalb des Betrachtungszeitraums erfolgte Ausschüttung unberücksichtigt bliebe. Es gibt unterschiedliche Möglichkeiten, obige Rechnung „zu korrigieren“.

2.4.2.3 Additive Bereinigung

Bei der additiven Bereinigung der Anteilwertzeitreihe wird der Betrag der Ausschüttung zu denjenigen Anteilwerten hinzu addiert, die seit dem Tag der Ausschüttung ermittelt worden sind. Dies führt zur *additiv bereinigten Zeitreihe*:

Datum	Anteilwert ¹³ (€)
30.12.2005	98,02
⋮	⋮
31.07.2006	102,47
01.08.2006	102,55=101,49+1,06
⋮	⋮
29.09.2006	108,91=107,85+1,06

Tabelle 2.8: Entwicklung des additiv bereinigten Anteilwerts des Fonds FONDAK im Zeitraum vom 30.12.2005 bis 29.09.2006.

Die vorgenommene Bereinigung ermöglicht es, zur Berechnung der Rendite die Basisformel heranzuziehen:

$$R = \frac{108,91 - 98,02}{98,02} = 0,1111 = 11,11\%$$

Wird die Rendite über einen Zeitraum, in dem mehrere Ausschüttungen erfolgt sind, ermittelt, dann muss die Zeitreihe natürlich in analoger Weise zuvor um alle Ausschüttungen bereinigt werden.

Die Vorgehensweise geht von der Annahme aus, dass die Ausschüttungen nicht in den Fonds reinvestiert werden und somit nicht mehr der ab dem Zeitpunkt der Ausschüttung erzielten Wertentwicklung unterliegen.

¹³ Am Tage einer Ausschüttung stellt der Anteilwert eines Investmentfonds den Preis *nach* vollzogener Ausschüttung dar.

2.4.2.4 Multiplikative Bereinigung (BVI-Methode)

Die BVI-Methode¹⁴ geht von der Annahme aus, dass die Ausschüttungen *vollständig* wieder in den Fonds eingebracht werden und somit der nachfolgenden Wertentwicklung des Fonds unterliegen.¹⁵ Darüber hinaus unterliegen gemäß dieser Methode inländische Quellensteuern (Zinsabschlagsteuern, Kapitalertragssteuern auf inländische Dividenden und die Solidaritätszuschläge) ebenfalls der Wiederanlage-Hypothese. Der Grund für diese Vorgehensweise besteht darin, dass diese Steuern, gleichwohl sie auf Fondsebene bzw. auf der Ebene der Zahlstelle erhoben werden, als Steuern auf der Ebene des Anlegers anzusehen sind. In Bezug auf das Beispiel mit dem Fonds *FONDAK* ist anzumerken, dass im betrachteten Ausschüttungsbeitrag in Höhe von 1,06 € der Betrag für die inländischen Quellensteuern bereits enthalten ist.¹⁶ Gemäß der BVI-Methode würden die ab dem Tag der Ausschüttung ermittelten Anteilwerte mit dem Faktor

$$1 + \frac{1,06}{101,49} = 1,01044$$

multipliziert werden. Die *multiplikativ bereinigte Zeitreihe* hätte also die in Tabelle 2.9 angegebene Form:

<i>Datum</i>	<i>Anteilwert (€)</i>
30.12.2005	98,02
⋮	⋮
31.07.2006	102,47
01.08.2006	102,55=101,49*1,01044
⋮	⋮
29.09.2006	108,98=107,85*1,01044

Tabelle 2.9: Entwicklung des multiplikativ (vorwärts) bereinigten Anteilwerts des Fonds *FONDAK* im Zeitraum vom 30.12.2005 bis 29.09.2006.

Gemäß der BVI-Methode berechnet sich die Rendite¹⁷ zu

$$R = \frac{108,98 - 98,02}{98,02} = 0,11177 = 11,18 \%$$

¹⁴ Der Bundesverband Investment und Asset Management e.V. (BVI) hat einen allgemein akzeptierten Standard zur Renditeberechnung für die deutsche Investmentbranche definiert (vgl. [BVI 07]).

¹⁵ Schreibt man den in Tabelle 2.9 zum 29.09. ausgewiesenen bereinigten Anteilwert in der Form $107,85 * (1 + 1,06/101,49) = 107,85 + 1,06 * 107,85/101,49$, dann wird ersichtlich, wie sich bei dieser Betrachtungsweise der ausgeschüttete Betrag gemäß der weiteren Wertentwicklung verzinst. $107,85/101,49 - 1$ ist die Rendite des Fonds vom Ausschüttungszeitpunkt bis zum Endpunkt der Betrachtungsperiode.

¹⁶ Die Ausschüttung betrug tatsächlich 0,81 €. 0,25 € war der Betrag des Kapitalertragssteuerguthabens.

¹⁷ Zur Ermittlung eines Renditewerts über eine bestimmte Periode genügt es natürlich, nur den Anteilwert am Ende der Periode zu multiplizieren. Die Multiplikation der gesamten Zeitreihe ist jedoch für die grafische Darstellung der Wertentwicklung im Zeitablauf erforderlich.

und liegt somit um 0,07 Prozentpunkte (= 11,18 % – 11,11 %) über dem Wert, der sich gemäß der additiven Methode ergeben hat. Dies ist plausibel, da sich der ausgeschüttete Anteil bei Wiederanlage entsprechend der (erfreulichen) Wertentwicklung des Fonds verzinst hätte.

Alternativ zur obigen „Vorwärtsbereinigung“ hätte die ursprüngliche Zeitreihe auch „rückwärts“ bereinigt werden können. Bei dieser Vorgehensweise hätte man im obigen Beispiel die der Ausschüttung vorausgegangenen Anteilwerte mit dem Inversen des „Vorwärtsfaktors“ multipliziert:

$$\left(1 + \frac{1,06}{101,49}\right)^{-1} = 0,98966.$$

<i>Datum</i>	<i>Anteilwert (€)</i>
30.12.2005	97,01=98,02*0,98966
⋮	⋮
31.07.2006	101,412=102,47*0,98966
01.08.2006	101,49
⋮	⋮
29.09.2006	107,85

Tabelle 2.10: Entwicklung des multiplikativ rückwärts bereinigten Anteilwerts des Fonds FONDAK im Zeitraum vom 30.12.2005 bis 29.09.2006.

Zur Berechnung der Rendite mittels der BVI-Methode spielt es keine Rolle, ob die Anteilwertzeitreihe multiplikativ rückwärts oder multiplikativ vorwärts bereinigt wird. Zum Beispiel errechnet sich mit obiger rückwärts bereinigter Zeitreihe die Rendite zu

$$R = \frac{107,85 - 97,01}{97,01} = 0,1118 = 11,18 \%,$$

in Übereinstimmung mit dem zuvor ermittelten Wert.

Analog zur additiven Methode muss auch bei der BVI-Methode für jede Ausschüttung ein Bereinigungsfaktor gebildet werden: Soll beispielsweise die Rendite eines Investmentfonds über n Kalenderjahre berechnet werden, dann muss im Falle der Vorwärtsbereinigung der Anteilwert am Ende der Periode mit n Bereinigungsfaktoren multipliziert werden, bevor die Basisformel angewandt werden kann.

BVI-Methode

Die Rendite R eines Investmentfonds über eine Periode, in der n Ausschüttungen A_1, \dots, A_n erfolgt sind, berechnet sich gemäß der Formel¹⁸

$$R = \frac{I_{n+1} * \prod_{i=1}^n \left(1 + \frac{A_i}{I_i}\right) - I_0}{I_0}, \quad (2.14)$$

mit

- I_0 : Anteilwert des Fonds zu Beginn der Periode
 I_1, \dots, I_n : Anteilwerte des Fonds an den Tagen der Ausschüttungen
 I_{n+1} : Anteilwert des Fonds am Ende der Periode.

Der Grund für die Unabhängigkeit des Renditewerts von der gewählten Bereinigungsform ist auch formal sehr leicht einzusehen. Dazu wird obiger Ausdruck für die Rendite wie folgt umgeformt:

$$R = \frac{I_{n+1} * \prod_{i=1}^n \left(1 + \frac{A_i}{I_i}\right) - I_0}{I_0} = \frac{I_{n+1} - I_0 * \prod_{i=1}^n \left(1 + \frac{A_i}{I_i}\right)^{-1}}{I_0 * \prod_{i=1}^n \left(1 + \frac{A_i}{I_i}\right)^{-1}}.$$

Der Term auf der rechten Seite dieser Gleichung ist der Ausdruck, den man bei der „Rückwärtsbereinigung“ erhalten würde.¹⁹

Die mittels der BVI-Methode berechnete Rendite ist identisch mit der zeitgewichteten Rendite. Diese Aussage wird in Anhang C zu diesem Kapitel näher begründet. An dieser Stelle soll zunächst Formel (2.14) anhand eines Beispiels erläutert werden.

Beispiel 2.8 (Bereinigung eines Investmentfonds über mehrere Perioden):

Tabelle 2.11 enthält die Ausschüttungen des Fonds *FONDAK* im Zeitraum vom 31.01.1996 bis zum 29.09.2006. Sie enthält ferner die an den Tagen der Ausschüttungen ausgewiesenen Anteilwerte sowie die daraus abgeleiteten Bereinigungs faktoren. Der kumulierte Bereinigungsfaktor ist das Produkt der bis zum jeweiligen Zeitpunkt angefallenen Bereinigungsfaktoren; für den kumulierten Bereinigungsfaktor zum 07.08.1998 gilt beispielsweise: $1,073 = 1,028 * 1,016 * 1,026$.

¹⁸ Bei dieser Definition wird implizit von der Vorwärtsbereinigung ausgegangen.

¹⁹ Bei der additiven Bereinigung besteht keine symmetrische Beziehung zwischen der Vorwärts- und Rückwärtsbereinigung. Bei dieser Vorgehensweise führt nur die Vorwärtsbereinigung zu sinnvollen Ergebnissen.

Datum	Ausschüttung	Anteilwert	Bereinigungsfaktor	Kumulierter Bereinigungsfaktor
31.01.1996		40,11		
01.08.1996	1,12	39,61	1,028	1,028
01.08.1997	1,04	63,92	1,016	1,045
03.08.1998	1,97	74,67	1,026	1,073
02.08.1999	1,26	66,09	1,019	1,093
01.08.2000	1,65	90,19	1,018	1,113
01.08.2001	2,21	81,82	1,027	1,143
01.08.2002	0,77	59,78	1,013	1,158
01.08.2003	0,94	60,24	1,016	1,176
02.08.2004	0,87	68,74	1,013	1,191
01.08.2005	0,95	89,28	1,011	1,203
01.08.2006	1,06	101,49	1,010	1,216
29.09.2006		107,85		

Tabelle 2.11: Anteilwerte, Ausschüttungen (jeweils in €) und Bereinigungsfaktoren für den Fonds FONDAK im Zeitraum vom 31.01.1996 bis zum 29.09.2006.

Gemäß der BVI-Methode gilt

$$\begin{aligned}
 R &= \frac{107,85 * \left(1 + \frac{1,12}{39,61}\right) * \left(1 + \frac{1,04}{63,92}\right) * \left(1 + \frac{1,97}{74,67}\right) * \dots * \left(1 + \frac{1,06}{101,49}\right) - 40,11}{40,11} \\
 &= \frac{107,85 * 1,028 * 1,016 * 1,026 * \dots * 1,0109 - 40,11}{40,11} \\
 &= \frac{107,85 * 1,216 - 40,11}{40,11} \\
 &= \frac{131,15 - 40,11}{40,11} \\
 &= 2,2696.
 \end{aligned}$$

Somit errechnet sich die Rendite dieses Fonds in der Periode vom 31.01.1996 bis zum 29.09.2006 zu 226,96 %.

Mittels des Fonds *FONDAK* wird in Abbildung 2.4 die Vorgehensweise bei der multiplikativen Vorwärtsbereinigung grafisch dargestellt.

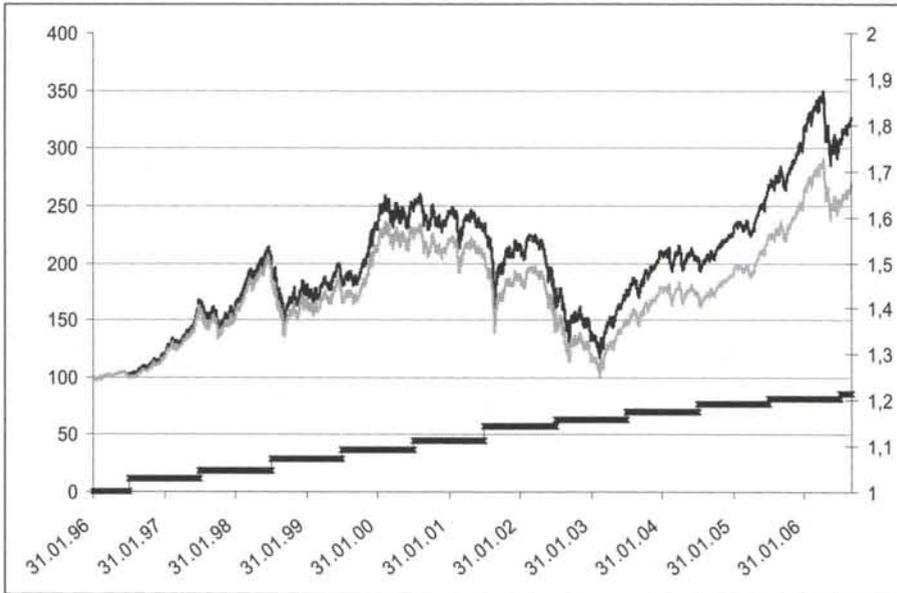


Abbildung 2.4: Die Grafik stellt die Anteilwerte des Fonds FONDAK (mittlere Linie), die bereinigte Anteilwertzeitreihe (obere Linie) sowie die Zeitreihe der Bereinigungsfaktoren (rechte Skala) dar.

Ausgehend von der Definition kann die Hypothese der Wiederanlage der Ausschüttungen wie folgt veranschaulicht werden: Der Wert einer Investition in n Anteile eines Fonds beträgt zum Zeitpunkt der ersten Ausschüttung $n \cdot (I_1 + A_1)$. Der Betrag $n \cdot A_1$ muss folglich wiederangelegt werden. Gemäß der Hypothese erwirbt der Investor dafür genau $n \cdot A_1 / I_1$ Anteile, sodass er insgesamt über $n + n \cdot A_1 / I_1 = n \cdot (1 + A_1 / I_1)$ Anteile verfügt. Bei der nächsten Ausschüttung wiederholt sich der Vorgang: Der Vermögenswert beträgt zu diesem Zeitpunkt $n \cdot (1 + A_1 / I_1) \cdot (I_2 + A_2)$, sodass der Betrag $n \cdot (1 + A_1 / I_1) \cdot A_2$ wiederangelegt werden muss. Hierfür können genau $n \cdot (1 + A_1 / I_1) \cdot A_2 / I_2$ Anteile erworben werden, sodass die Investition nach der zweiten Ausschüttung aus

$$n \cdot (1 + A_1 / I_1) + n \cdot (1 + A_1 / I_1) \cdot A_2 / I_2 = n \cdot (1 + A_1 / I_1) \cdot (1 + A_2 / I_2)$$

Anteilen besteht. Bei Fortsetzung dieser Vorgehensweise leitet man sehr leicht den Ausdruck in Formel (2.14) ab. Die Zeitreihe der Bereinigungsfaktoren in Abbildung 2.4 lässt sich somit als Anzahl der Anteile deuten, die sich gemäß der BVI-Methode bei Wiederanlage der Ausschüttungen (und der inländischen Quellensteuer) im Zeitablauf ergeben hätte. (Im Falle des FONDAK wären aus 100 Anteilen somit 121,6 Anteile geworden.)

Die bei der BVI-Methode getroffenen Konventionen haben zur Folge, dass auch bei thesaurierenden Fonds eine Bereinigung der Anteilpreise um die inländischen Quellensteuern zu erfolgen hat, die jeweils nach Geschäftsjahresende eines Fonds abgeführt werden. Ansonsten wären thesaurierende Fonds gegenüber nicht thesaurierenden Fonds strukturell benachteiligt.

Beispiel 2.9 (Renditeberechnung bei einem thesaurierenden Fonds gemäß BVI-Methode):

Der Anteilpreis des thesaurierenden Fonds *Adireth* betrug am 30.12.2005 70,49 € und am 30.12.2006 72,13 €. Am 03.07.2006 wurde pro Anteil ein Betrag von 0,18 € thesauriert und eine Steuerausüttung in Höhe von 0,10 € abgeführt. Der Anteilpreis lag an diesem Tag bei 70,45 €. Gemäß der BVI-Methode berechnet sich die Rendite dieses Fonds in 2006 zu

$$R = \frac{72,13 * \left(1 + \frac{0,10}{70,45}\right)}{70,49} - 1 = 0,0247 = 2,47 \%$$

Bei der Renditeberechnung (einer Einmalanlage) gemäß der BVI-Methode wird der Ausgabeaufschlag, der eine einmalige Gebühr darstellt und zur Deckung der Vertriebskosten dient, nicht berücksichtigt. Dies wird damit begründet, dass dieser Aufschlag „je nach Vertriebsweg und Anlagesumme variieren kann“.²⁰ Typische Beträge für den Ausgabeaufschlag sind 5 % und 3 % für Aktien- bzw. Rentenportfolios.

Beispiel 2.10 (Ausgabeaufschlag):

Bei einer Anlagesumme von insgesamt 100 € in einem deutschen Investmentfonds und einem Ausgabeaufschlag in Höhe von 5 % erwirbt ein Anleger für 95,24 € Anteile an diesem Fonds; 4,76 € werden als Ausgabeaufschlag an den Vertrieb abgeführt. Die Rechnung lautet im Detail:

$$5\% * 95,24 \text{ €} + 95,24 \text{ €} = 100 \text{ €}.$$

Dem Beispiel entnimmt man, dass sich bei einer Einmalanlage der als Rendite aufgefasste Ausgabeaufschlag *A* wie folgt bei der Renditeberechnung berücksichtigen lässt:

$$R = \frac{1 + R^{bvi}}{1 + A} - 1 = \frac{R^{bvi} - A}{1 + A}.$$

Abschließend noch einige Bemerkungen.

Bei der Interpretation der BVI-Methode (oder äquivalent dazu: der zeitgewichteten Rendite) stößt man auf ein grundlegendes Problem, das im Kapitel über die Performance Presentation Standards (Kapitel 8) noch einmal aufgegriffen wird. Wie bereits ausgeführt, müssen viele Investoren einen Teil der Ausschüttung in Form von z. B. Körperschafts-/Gewerbesteuer bzw. Einkommenssteuer und Solidaritätszuschlag an den Fiskus abtreten. Daher ist die Annahme über die Wiederanlage der *gesamten* Ausschüttung als eine theoretische Annahme zu betrachten, die zwar die Renditeberechnung vereinheitlicht, aber in vielen Fällen nicht die „Anlage-realität“ widerspiegelt. Aus diesem Grunde werden in der Praxis der institutionellen Vermö-

²⁰ Vgl. [BVI 07].

gensverwaltung auch alternative Berechnungsverfahren zur Ermittlung der Rendite verwendet, mittels derer versucht wird, diesen Umstand zu berücksichtigen. So werden beispielsweise gelegentlich bei der Berechnung von Bereinigungs-faktoren nur die Anteile der Ausschüttungen berücksichtigt, die nicht als Steuer abgeführt werden müssen.

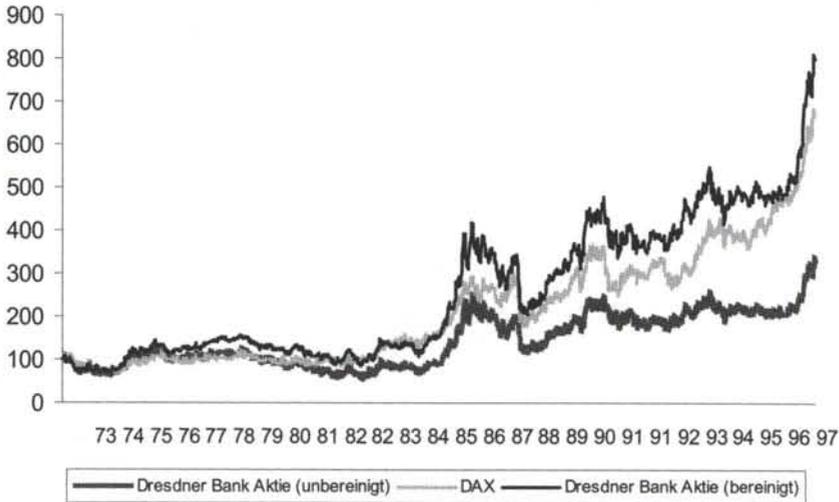


Abbildung 2.5: Wertentwicklung der Dresdner-Bank-Aktie gegenüber dem DAX (mittlerer Graph). Die hellgraue Linie stellt den Aktienkurs ohne Bereinigung von Dividenden und Bezugsrechten dar, die schwarze Linie den Aktienkurs nach der Bereinigung.

Bei der Berechnung der Rendite einer Aktie geht man analog zur Berechnungsweise bei Investmentfonds vor. Die Dividendenzahlungen nehmen hierbei den Platz der Ausschüttungen ein. Ferner müssen bei der Bereinigung auch Bezugsrechte und andere Kapitalmaßnahmen (*Corporate Actions*) wie etwa Aktiensplits berücksichtigt werden. In der Regel geht man von der Wiederanlage der Dividenden etc. aus.²¹ Dabei unterläuft selbst Experten gelegentlich ein Fehler. Die renommierte Börsen-Zeitung veröffentlichte am 6. Juni 1997 eine Grafik, die die Kursentwicklung des DAX und der Dresdner-Bank-Aktie im Zeitraum von 1973 bis 1997 miteinander vergleicht. Da bei der Aktie die Dividendenzahlungen und die Bezugsrechte unberücksichtigt blieben, fiel der Vergleich mit dem Performanceindex DAX für die Aktie nicht sehr günstig aus. Am 14. Juni 1997 konnten sich die Leser der Börsen-Zeitung anhand einer korrigierten Grafik davon überzeugen, dass bei dieser Aktie die Dividendenzahlungen durchaus ins Gewicht fallen. Anstelle der Rendite von 332,8 % ergab sich unter Berücksichtigung der Dividenden und Bezugsrechte eine Wertsteigerung von 819,9 %! (Vgl. Abbildung 2.5.)

Abschließend werden die wichtigsten Merkmale der zeitgewichteten Rendite und des internen Zinssatzes in Tabelle 2.12 zusammengefasst.

²¹ Vgl. dazu die Vorgehensweise bei der Berechnung des DAX (Abschnitt 3.2.2).

	Zeitgewichtete Rendite, BVI-Methode (Time-Weighted Rate of Return)	Interner Zinssatz (Money-Weighted Rate of Return)
<i>Kernidee</i>	Bestimmung der Wertentwicklung einer Anfangsinvestition	Bestimmung der durchschnittlichen Rendite von Investitionen mit variabler Verweildauer im Depot
Voraussetzungen	<p>Kenntnisse der Inventarwerte zu den Zeitpunkten exogener Mittelbewegungen sowie zu Beginn und am Ende des Betrachtungszeitraums erforderlich</p> <p>Kenntnis der Beträge der exogenen Mittelbewegungen erforderlich</p> <p>Kenntnis der Zeitpunkte exogener Mittelbewegungen <i>nicht</i> erforderlich</p>	<p>Kenntnis der Inventarwerte zu Beginn und am Ende des Betrachtungszeitraums erforderlich</p> <p>Kenntnisse der Beträge und der Zeitpunkte der exogenen Mittelbewegungen erforderlich</p> <p>Kenntnis der Inventarwerte zu den Zeitpunkten exogener Mittelbewegungen <i>nicht</i> erforderlich</p>
Behandlung von Mittelbewegungen	Von den exogenen Mittelbewegungen wird abstrahiert	Die exogenen Mittelbewegungen gehen in entscheidender Form in die Bestimmungsgleichung ein
Berechnung	Multiplikative (geometrische) Verknüpfung der Renditen der Perioden zwischen zwei Mittelbewegungen	Ermittlung der Nullstelle eines Polynoms mittels eines iterativen Verfahrens (newtonsches Verfahren)
Bestimmungsgleichung	$1 + R^{tw} := (1 + R_1) * (1 + R_2) * \dots * (1 + R_{n+1}) = \prod_{i=1}^{n+1} (1 + R_i)$	$I_0 * (1 + Q)^T + \sum_{i=1}^{N^E} E_i * (1 + Q)^{T-i} + \sum_{i=1}^{N^A} A_i * (1 + Q)^{T-i} = I_1$ $1 + R^{iz} := (1 + Q)^T$

Tabelle 2.12: Übersicht der Eigenschaften und Bestimmungsgleichungen der zeitgewichteten Rendite und des internen Zinssatzes. Die Voraussetzungen, die für die Berechnung der jeweiligen Renditen erfüllt sein müssen, sind ebenfalls aufgeführt.

2.5 Vergleich zwischen der zeitgewichteten Rendite und dem internen Zinssatz

In den Abschnitten 2.3 und 2.4 wurde mittels der Beispiele 2.6 und 2.7 dargestellt, dass die Werte für die zeitgewichtete Rendite und den internen Zinssatz für *einen* Zahlungsstrom erheblich divergieren können. In diesem Abschnitt wird erläutert, wie derartige Divergenzen zu interpretieren sind.

Die zeitgewichtete Rendite und der interne Zinssatz sind identisch, wenn keine exogenen Mittelbewegungen erfolgt sind. Im Fall von exogenen Mittelbewegungen lassen sich mittels der Relation zwischen den Werten der zeitgewichteten Rendite und des internen Zinssatzes Rückschlüsse auf das Timing der Mittelbewegungen anstellen. Zur Darstellung der prinzipiellen Aussage genügt es, Kontostaffeln mit nur einer exogenen Mittelbewegung zu betrachten. Im Folgenden werden zunächst einige konkrete Beispiele angeführt, um die Kernpunkte zu illustrieren. Alle Beispiele enthalten Kontostaffeln, für welche die zeitgewichtete Rendite und der interne Zinssatz miteinander verglichen werden. Sofern zu einem gegebenen Datum eine Mittelbewegung erfolgt, bezeichnet der Wert in der rechten Spalte den Inventarwert unmittelbar *vor* der Mittelbewegung.

Beispiel 2.11 (Zeitgewichtete Rendite und interner Zinssatz bei einer Einbringung):

a)

<i>Datum</i>	<i>Mittelbewegung</i>	<i>Inventarwert</i>
01.01.2007		100
30.06.2007	100	170
31.12.2007		250

Tabelle 2.13: Kontostaffel mit einer Einbringung, bei der in der ersten Teilperiode eine höhere Rendite erzielt wurde.

Der interne Zinssatz für obige Kontostaffel wurde bereits in Beispiel 2.4 berechnet: $R^z = 34,17\%$. Dieser Renditewert ist unabhängig von dem zum 30.06.2007 vorliegenden Inventarwert. Die zeitgewichtete Rendite ergibt sich durch Verknüpfung der Renditen der einzelnen Perioden:

$$R^w = \frac{170}{100} * \frac{250}{170+100} - 1 = 0,5741 = 57,41\%$$

Die zeitgewichtete Rendite liegt somit deutlich über dem internen Zinssatz.

Tabelle 2.14 stellt die Renditen und die Anfangsinventarwerte für die Perioden vor und nach der exogenen Mittelbewegung gegenüber. Innerhalb der einzelnen Perioden werden die Renditewerte mittels der Basisformel berechnet.

Periode	Rendite (%)	Anfangsinventarwert	Endinventarwert	Mittelbewegung zu Beginn der Periode
01.01.–30.06.	70,0	100	170	
01.07.–31.12.	-7,4	270	250	+100

Tabelle 2.14: Vergleich der Rendite- und Inventarwerte für die Kontostaffel Tabelle 2.13.

Es ist offensichtlich, dass der Zeitpunkt der Einbringung unglücklich gewählt wurde. Der Inventarwert wurde zu Beginn einer Phase fallender Kurse aufgestockt: unvorteilhaftes Timing!

- b) Bei der Kontostaffel in Tabelle 2.15 war der Markt²² in der ersten Jahreshälfte weniger *bullish* als in der zweiten.

Datum	Mittelbewegung	Inventarwert
01.01.2007		100
30.06.2007	100	110
31.12.2007		250

Tabelle 2.15: Kontostaffel mit einer Einbringung, bei der in der zweiten Teilperiode eine höhere Rendite erzielt wurde.

Die zeitgewichtete Rendite errechnet sich zu

$$R^w = \frac{110}{100} * \frac{250}{110+100} - 1 = 0,3095 = 30,95 \%$$

und liegt somit unterhalb des internen Zinssatzes, der 34,17 % beträgt.

Die Gegenüberstellung der Renditen über die beiden Perioden und der jeweiligen Anfangsinventarwerte ergibt in diesem Fall:

Periode	Rendite (%)	Anfangsinventarwert	Endinventarwert	Mittelbewegung zu Beginn der Periode
01.01.–30.06.	10,0	100	110	
01.07.–31.12.	19,1	210	250	+100

Tabelle 2.16: Vergleich der Rendite- und Inventarwerte für die Kontostaffel in Tabelle 2.15.

Der Inventarwert wurde zu Beginn der zweiten Periode aufgestockt, die durch eine überdurchschnittliche Rendite (im Vergleich zu der in der ersten Periode erzielten) gekennzeichnet war. In diesem Fall liegt also ein vorteilhaftes Timing der Mitteleinbringung vor.

²² Hier wird unterstellt, dass die Wertentwicklung im Wesentlichen durch die Entwicklung eines „Marktes“ (Benchmark) geprägt wird.

Beispiel 2.12 (Zeitgewichtete Rendite und interner Zinssatz bei einer Entnahme):

Beispiel 2.11 wird hier auf den Fall einer Entnahme übertragen.

a)

Datum	Mittelbewegung	Inventarwert
01.01.2007		100
30.06.2007	-50	110
31.12.2007		90

Tabelle 2.17: Kontostaffel mit einer Entnahme, bei der in der zweiten Teilperiode eine höhere Rendite erzielt wurde.

Für die Kontostaffel in Tabelle 2.17 ergibt sich folgender Wert für die zeitgewichtete Rendite:

$$R^w = \frac{110}{100} * \frac{90}{110 - 50} - 1 = 0,65 = 65 \%$$

Er liegt oberhalb des internen Zinssatzes, welcher 51,55 % beträgt (vgl. Übung 2.1).

Periode	Rendite (%)	Anfangsinventarwert	Endinventarwert	Mittelbewegung zu Beginn der Periode
01.01.–30.06.	10,0	100	110	
01.07.–31.12.	50,0	60	90	-50

Tabelle 2.18: Vergleich der Rendite- und Inventarwerte für die Kontostaffel in Tabelle 2.17.

Der Vergleich der Periodenrenditen mit den jeweiligen Anfangsinventarwerten (Tabelle 2.18) macht deutlich, dass die Entnahme zu einem ungünstigen Zeitpunkt erfolgte.

b) Wie in Beispiel 2.11 wird der Bewertungswert zum 30.06.2007 variiert:

Datum	Mittelbewegung	Inventarwert
01.01.2007		100
30.06.2007	-50	150
31.12.2007		90

Tabelle 2.19: Kontostaffel mit einer Entnahme bei einer höheren Rendite in der ersten Teilperiode.

In diesem Fall ergibt sich folgender Wert für die zeitgewichtete Rendite:

$$R^w = \frac{150}{100} * \frac{90}{100} - 1 = 0,35 = 35 \%$$

Somit liegt der Wert des internen Zinssatzes in diesem Fall oberhalb der zeitgewichteten Rendite. Unter dem Gesichtspunkt des Timings war die Entnahme eine vorteilhafte Entscheidung. Dies wird durch die Gegenüberstellung der Periodenrenditen und der Anfangsinventarwerte in Tabelle 2.20 verdeutlicht:

Periode	Rendite (%)	Anfangsinventarwert	Endinventarwert	Mittelbewegung zu Beginn der Periode
01.01.–30.06.	50,0	100	150	
01.07.–31.12.	-10,0	100	90	-50

Tabelle 2.20: Vergleich der Rendite- und Inventarwerte für die Kontostaffel in Tabelle 2.19.

Der Inventarwert wurde rechtzeitig vor der Phase fallender Kurse verringert.

Die Beispiele legen die Schlussfolgerung nahe, dass sich die Güte des relativen Timings von Mittelbewegungen in der Relation zwischen der zeitgewichteten Rendite und dem internen Zinssatz widerspiegelt:

Zeitgewichtete Rendite > Interner Zinssatz: Unvorteilhaftes Timing der Mittelbewegung

Zeitgewichtete Rendite < Interner Zinssatz: Vorteilhaftes Timing der Mittelbewegung

Dieser Zusammenhang wird im Folgenden näher beleuchtet. Dazu werden obige Beispiele verallgemeinert, indem der Inventarwert X zum 30.06.2007 variabel gehalten wird. Die anderen Werte werden konstant gewählt. Zunächst wird der Fall einer Einbringung betrachtet:

Datum	Mittelbewegung	Inventarwert
01.01.2007		100
30.06.2007	100	X
31.12.2007		250

Tabelle 2.21: Kontostaffel mit einer Einbringung und einem Bewertungswert X in variabler Höhe.

Für die zeitgewichtete Rendite erhält man

$$1 + R^{tw} = \frac{X}{100} * \frac{250}{X + 100} = \frac{2,5 * X}{100 + X}$$

und somit folgenden funktionalen Zusammenhang:

$$R^{tw} = \frac{1,5 * X - 100}{X + 100}$$

Der Wert des internen Zinssatzes (34,17 %) wurde bereits in Beispiel 2.4 berechnet. Es sei an dieser Stelle nochmals darauf hingewiesen, dass der interne Zinssatz unabhängig vom Inven-

tarwert zum 30.06.2007 ist. Abbildung 2.6 verdeutlicht die Abhängigkeit der zeitgewichteten Rendite vom Bewertungsergebnis X .

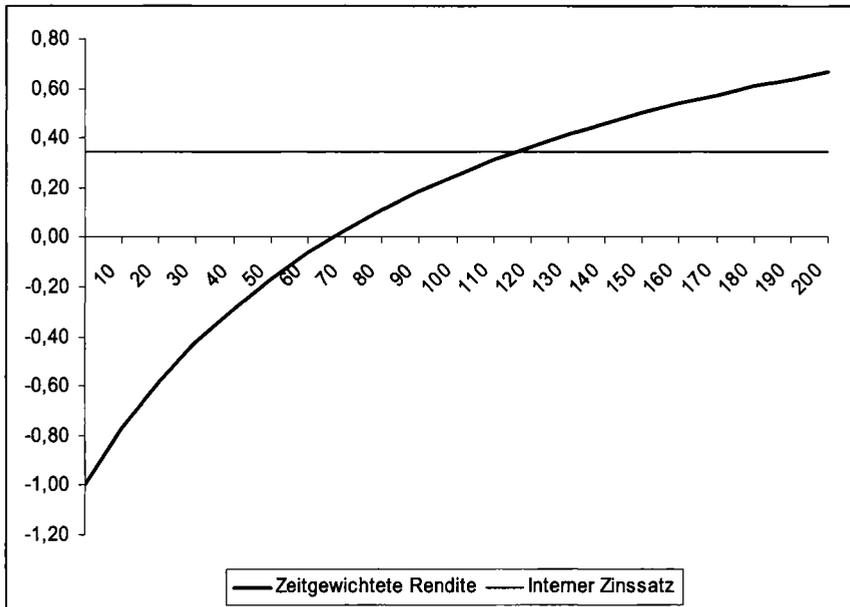


Abbildung 2.6: Zeitgewichtete Rendite in Abhängigkeit vom variablen Bewertungswert X im Vergleich zum internen Zinssatz für die Kontostaffel in Tabelle 2.21.

Die zeitgewichtete Rendite steigt mit zunehmendem Wert von X , da in diesem Fall die Rendite über die erste Periode $X/100$ zunimmt und gegenüber der abnehmenden Rendite über die zweite Periode von $\frac{250}{X+100}$ dominierend ist.

Für welchen Bewertungswert X_{MW} ergibt sich die Gleichheit zwischen der zeitgewichteten Rendite und dem internen Zinssatz? Für diesen Wert gilt

$$\frac{1,5 * X_{MW} - 100}{X_{MW} + 100} = 0,3417, \text{ und somit}$$

$$X_{MW} = \frac{134,17}{1,1583} = 100 * \frac{1,3417}{1,1583} = 100 * 1,1583 = 115,83.$$

Dem internen Zinssatz über die volle Periode (1 Jahr) in Höhe von 34,17 % entspricht ein Wert von 15,83 % für eine halbjährige Periode ($1,1583^2 = 1,3417$). Die ermittelte zeitgewichtete Rendite für den Zahlungsstrom ist also genau dann mit dem internen Zinssatz identisch, wenn die Bewertung des Depots zum Zeitpunkt vor der Mittelbewegung genau den Wert ergibt, der sich unter Verzinsung mittels des internen Zinssatzes ergeben würde. Für den interessierten Leser wird in Anhang A zu diesem Kapitel ein Beweis für diese Aussage skizziert. Aus obiger Grafik lassen sich folgende Relationen ableiten:

$$X > X_{MW} \quad \Rightarrow \quad \text{Zeitgewichtete Rendite} > \text{Interner Zinssatz}$$

$$X < X_{MW} \quad \Rightarrow \quad \text{Zeitgewichtete Rendite} < \text{Interner Zinssatz}$$

Durch die Fixierung des Bewertungswertes X wird festgelegt, welche Wertentwicklung in der jeweiligen Periode realisiert wurde. Bei einem fixierten Anfangs- und Endinventarwert gilt: Je höher der Bewertungswert X , desto höher ist die Rendite in der ersten Periode und desto niedriger ist die Rendite in der zweiten Periode.²³

Wenn $X > X_{MW}$ gilt, dann war die Entscheidung, in der ersten Periode ein hohes und in der zweiten ein niedriges Investitionsvolumen zu wählen, hinsichtlich der erzielten Durchschnittsrendite unvorteilhaft im Vergleich zu einer Investition ohne nachfolgende Mittelbewegungen.

Im Falle von $X < X_{MW}$ wäre es günstiger gewesen, zu Beginn der zweiten Periode ein hohes Volumen zu wählen, da in dieser Phase die Kurse stärker gestiegen sind als in der ersten.

Analoge Schlussfolgerungen ergeben sich im Falle einer Entnahme. Um dies aufzuzeigen, werden die Kontostaffeln in Beispiel 2.12 wie folgt verallgemeinert:

<i>Datum</i>	<i>Mittelbewegung</i>	<i>Inventarwert</i>
01.01.2007		100
30.06.2007	-50	X
31.12.2007		90

Tabelle 2.22: Kontostaffel mit einer Entnahme und einem Bewertungswert X in variabler Höhe.

Als Wert für die zeitgewichtete Rendite erhält man

$$1 + R^{nw} = \frac{X}{100} * \frac{90}{X - 50} = \frac{0,9 * X}{X - 50}, \text{ und somit}$$

$$R^{nw} = \frac{50 - 0,1 * X}{X - 50}.$$

In diesem Fall ergibt sich folgender Verlauf für die zeitgewichtete Rendite in Abhängigkeit vom Bewertungswert X :

²³ Allgemein gilt folgende (einleuchtende) Aussage: Wenn in allen (durch die Mittelbewegungen definierten) zeitlichen Teilintervallen die Wertentwicklung des Depots so verläuft, wie sie bei einer Verzinsung mit dem internen Zinssatz verlaufen würde, dann stimmen die zeitgewichtete Rendite und der interne Zinssatz (wenn dieser eindeutig definiert ist) überein. Für Kontostaffeln ohne Mittelbewegungen ist dies natürlich eine triviale Aussage. Die Umkehrung der Aussage gilt nicht.

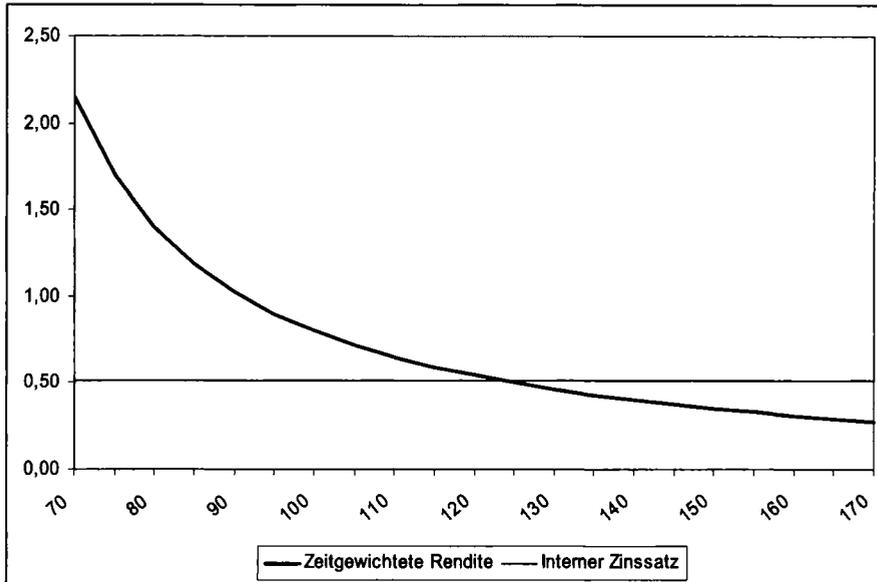


Abbildung 2.7: Zeitgewichtete Rendite in Abhängigkeit vom variablen Bewertungswert X im Vergleich zum internen Zinssatz für die Kontostaffel in Tabelle 2.22.

Die Annahme der Gleichheit zwischen der zeitgewichteten Rendite und dem internen Zinssatz, welcher gemäß Beispiel 2.12 51,55 % beträgt, führt zu

$$\frac{50 - 0,1 * X_{MW}}{X_{MW} - 50} = 0,5155.$$

Als Lösung dieser Gleichung erhält man $X_{MW} = 123,11$. Wie im Falle der Einbringung ergibt sich die Gleichheit also genau für jenen Bewertungswert, der sich bei der Verzinsung mittels des internen Zinssatzes ergeben hätte, denn es gilt: $1,2311^2 = 1,5155$.²⁴

Abbildung 2.7 entnimmt man, dass die zeitgewichtete Rendite über dem internen Zinssatz liegt, wenn die Bewertung einen Wert X unterhalb von X_{MW} ergibt. In diesem Fall hätte der Investor die Mittel vor einem überdurchschnittlichen Wachstumsschub entnommen; das Timing dieser Entscheidung wäre also unvorteilhaft gewesen. Im umgekehrten Fall ($X > X_{MW}$) erfolgte die Mittelentnahme vor der schwächeren Wachstumsphase. Die für den Fall einer einzigen Mittelbewegung erfolgte Deutung lässt sich verallgemeinern:

Übertrifft die zeitgewichtete Rendite den internen Zinssatz, dann kommt darin eine (im Vergleich zu einer Investition ohne nachfolgende Mittelbewegung) unvorteilhafte Variation des Investitionsvolumens („unvorteilhaftes Timing“) zum Ausdruck. Umgekehrt liegt ein vorteilhaftes Timing vor, wenn der interne Zinssatz die zeitgewichtete Rendite übertrifft.

²⁴ Die Entnahme erfolgte in der Mitte des Jahres, und 23,11 % ist die halbjährige Zinsrate.

In der Praxis besteht häufig Anlass für einen Vergleich zwischen einem zeitgewichteten Renditewert und einem internen Zinssatz. Beispielsweise verfolgen viele institutionelle Investoren ein bestimmtes Ziel hinsichtlich der Durchschnittsverzinsung ihrer Investitionen. Zugleich beurteilen sie jedoch auch die Leistung eines Vermögensverwalters mittels der zeitgewichteten Rendite relativ zu einer Benchmark.

In den Beispielen 2.6 und 2.7 wurde ein Fall beschrieben, der auch gelegentlich in der Praxis auftritt: Ein Depot erzielt eine negative Durchschnittsverzinsung (der Investor erleidet also einen Verlust!), die zeitgewichtete Rendite ist jedoch positiv. In diesem Fall sind die Mittelbewegungen zu vergleichsweise ungünstigen Zeitpunkten erfolgt. Eine Investition ohne nachfolgende Entnahmen und Einbringungen hätte einen höheren internen Zinssatz erzielt. Dieser hätte mit dem Wert der zeitgewichteten Rendite übereingestimmt.

An dieser Stelle muss betont werden, dass in diesem Abschnitt nur vom Timing der aktiven Veränderung des Investitionsvolumens *relativ* zu einer Investition ohne nachfolgende Mittelbewegungen gesprochen wird. Bei einem Bewertungswert zum 30.06.2007 von 130 (anstelle von 170) in Beispiel 2.11 (vgl. Tabelle 2.23) hätte der interne Zinssatz (34,17 %) zwar unterhalb der zeitgewichteten Rendite von 41,3 % gelegen.

<i>Datum</i>	<i>Mittelbewegung</i>	<i>Inventarwert</i>
01.01.2007		100
30.06.2007	100	$X=130$
31.12.2007		250

Tabelle 2.23: Kontostaffel, bei der in beiden Teilperioden eine positive Rendite erzielt wird.

Offensichtlich hätte die Investition jedoch einen (wenn auch im Vergleich zur erzielten Durchschnittsrendite unterdurchschnittlichen) Mehrertrag von 20 Geldeinheiten erbracht. In dem Fall, dass die zusätzlichen Mittel erst zum 30.06.2007 zur Verfügung gestanden hätten, könnte also nicht wirklich von einem unvorteilhaften Timing gesprochen werden.²⁵

2.6 Näherungsverfahren bei der Berechnung der zeitgewichteten Rendite

Wie bereits in Abschnitt 2.4 ausgeführt wurde (vgl. Tabelle 2.12), setzt die Berechnung der zeitgewichteten Rendite eines Depots (Portfolio, Portfoliosegment etc.) die Bewertung zu allen Zeitpunkten, an denen exogene Mittelbewegungen erfolgen, voraus. In der Praxis ist diese Voraussetzung jedoch häufig nicht erfüllt. Viele Portfolios werden in einem spezifischen Rhythmus – etwa auf monatlicher oder wöchentlicher Basis – bewertet.²⁶

²⁵ Für theoretische und empirische Untersuchungen zur Messung von Timingaktivitäten bei Investmentfonds siehe [Witrock 00a] sowie [Steiner/Witrock 94].

²⁶ Untersuchungen von PricewaterhouseCoopers (PwC) ([PwC 00a, PwC 00b]) zeigen, dass 1999 nur 39 % aller amerikanischen Vermögensverwalter und 24 % aller europäischen Vermögensverwalter Portfolios oder Fonds täglich bewertet haben. Die überwiegende Mehrzahl der Vermögensverwalter (54 % bzw. 62 %) führte monatliche Bewertungen durch. Diese Werte wurden in der von PwC in der im Jahre 2004 veröffentlichten globalen Studie [PwC 04] bestätigt: 80 % der Vermögensverwalter gaben an, dass Portfolios täglich bewertet werden sollten, jedoch führten lediglich 35 % der befragten Organisationen auch tägliche Bewertungen durch. Die Mehrzahl (ca. 53 %) führte weiterhin nur monatliche Bewertungen durch.

Diese Problematik stellt sich insbesondere bei Performanceanalyse-Systemen, welche häufig auf Basis von Wochen- oder Monatsbeständen sowie auf den innerhalb der jeweiligen Perioden erfolgten Transaktionen, jedoch ohne „Kenntnis“ der Marktwerte zu den Zeitpunkten der Transaktionen operieren. Unter diesen Voraussetzungen ist man bei der Berechnung der zeitgewichteten Rendite auf Näherungsverfahren angewiesen.

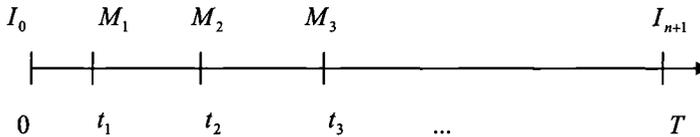


Abbildung 2.8: Zahlungsstrom einer Kontostaffel mit Mittelbewegungen (Einbringungen oder Entnahmen) M_i zu Zeitpunkten t_i .

In diesem Abschnitt werden verschiedene Verfahren zur Näherung der zeitgewichteten Rendite und des internen Zinssatzes beschrieben. Es werden allgemeine Kontostaffeln betrachtet, bei denen innerhalb eines Zeitintervalls von 0 bis T n exogene Mittelbewegungen M_i zu den Zeitpunkten t_i erfolgen (vgl. Tabelle 2.24). Bei einem negativen Wert stellt M_i eine Entnahme dar, ansonsten eine Einbringung. Mit der Einführung dieser Bezeichnung werden somit die in Abschnitt 2.3 verwendeten Bezeichnungen A_i und E_i für Entnahmen und Einbringungen zusammengefasst.

Zeitachse	Mittelbewegung	Inventarwert
0		I_0
t_1	M_1	I_1
t_2	M_2	I_2
\vdots	\vdots	\vdots
t_n	M_n	I_n
T		I_{n+1}

Tabelle 2.24: Kontostaffel mit n exogenen Mittelbewegungen M_i zu den Zeitpunkten t_i . Die I_i sind die Inventarwerte zu den Zeitpunkten t_i .

Die Berechnung der zeitgewichteten Rendite erfolgt dann wie folgt (vgl. Abschnitt 2.4): Der Zeitraum, über den die Rendite berechnet werden soll, wird entsprechend den Mittelbewegungen unterteilt, sodass innerhalb der resultierenden Subintervalle keine Mittelbewegungen mehr anfallen. Bei n Mittelbewegungen ergeben sich $n+1$ solcher Subintervalle (vgl. Abbildung 2.8). Für die einzelnen Subintervalle werden dann mittels der Basisformel die $n+1$ Renditen R_1, R_2, \dots ermittelt,

$$R_1 = \frac{I_1}{I_0} - 1, \quad R_i = \frac{I_i}{I_{i-1} + M_{i-1}} - 1 \quad \text{für } i = 2, \dots, n+1,$$

und in multiplikativer Form miteinander verknüpft:

$$1 + R^{nw} = (1 + R_1) * (1 + R_2) * \dots * (1 + R_{n+1}) = \prod_{i=1}^{n+1} (1 + R_i).$$

Die exakte Berechnung der zeitgewichteten Rendite erfordert somit die Kenntnis der Inventarwerte des Depots (auch *Marktwerte* genannt) zu allen Zeitpunkten, an denen exogene Mittelbewegungen erfolgt sind, sowie des Anfangs- und des Endinventarwerts. Diese Voraussetzung ist aber, wie bereits erwähnt, aufgrund des damit verbundenen datentechnischen Aufwands in der Praxis häufig nicht realisierbar. In vielen Fällen liegen die Bewertungsdaten eines Depots zu bestimmten Stichtagen T_i vor, die zwar oftmals einem bestimmten Bewertungsschema folgen (z. B. Monats- oder Quartalsrhythmus), aber nicht mit den Zeitpunkten übereinstimmen müssen, an denen es zu exogenen Mittelbewegungen gekommen ist:

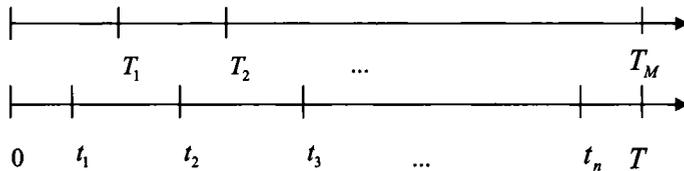


Abbildung 2.9: Bewertungszeitpunkte T_i (obere Zeitskala) vs. Zeitpunkte der exogenen Mittelbewegungen t_i (untere Skala).

Die zeitgewichtete Rendite über den gesamten Zeitraum von 0 bis T berechnet sich gemäß

$$1 + R^{nw} = \prod_{i=1}^M (1 + R_i^{nw}), \quad (2.15)$$

wobei R_i^{nw} die zeitgewichtete Rendite im Intervall von T_{i-1} bis T_i (mit $T_0 = 0$) bezeichnet. Da jedoch die Berechnung dieser Renditen gemäß Formel (2.15) die Bewertung des Kontos zu allen Zeitpunkten, an denen Mittelbewegungen erfolgt sind, erfordern würde, werden die Renditen R_i^{nw} in Formel (2.15) in der Praxis durch Näherungswerte R_i^N ersetzt:

$$1 + R^{nw} \approx \prod_{i=1}^M (1 + R_i^N). \quad (2.16)$$

Zur Berechnung der R_i^N (bzw. zur Ermittlung von R^{nw} gemäß (2.16)) wird häufig eine der folgenden fünf Methoden benutzt:²⁷

1. Berechnung des internen Zinssatzes
2. Dietz-Methode
3. Modifizierte Dietz-Methode
4. BAI-Methode

²⁷ Darüber hinaus verfügt jedes Performancemessungssystem über proprietäre (in der Regel nicht veröffentlichte) Methoden, mit denen ein hoher Genauigkeitsgrad bei der Approximation angestrebt wird.

5. Newtonsche Näherung zweiten Grades an den internen Zinssatz.

Die nachfolgenden Betrachtungen beziehen sich auf eine der Teilperioden zwischen zwei Bewertungspunkten. Um die Notation nicht unnötig zu komplizieren, werden der Anfangszeitpunkt wieder mit 0 und der Endzeitpunkt mit T bezeichnet.

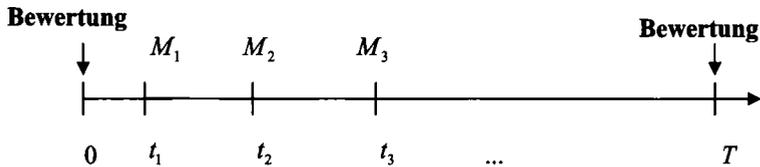


Abbildung 2.10: Exogene Mittelbewegungen M_i innerhalb einer Periode zwischen zwei Bewertungspunkten. Gegenüber dem allgemeinen Fall wird die Notation beibehalten.

2.6.1 Näherung der zeitgewichteten Rendite unter Verwendung des internen Zinssatzes

Eine Möglichkeit, die Werte der zeitgewichteten Renditen R_i^{tw} in Formel (2.15) zu approximieren, besteht in der Verwendung des internen Zinssatzes innerhalb der einzelnen Perioden. In den nachfolgenden Abschnitten wird beschrieben, inwiefern die anderen genannten Möglichkeiten als von dieser Verfahrensweise abgeleitete Methoden betrachtet werden können. Daher werden in diesem Abschnitt auch generelle Aspekte des internen Zinssatzes erörtert.

Der auf einen Tag skalierte interne Zinssatz²⁸ Q für den Zahlungsstrom mit n Einbringungen in Tabelle 2.24 ergibt sich nach den Ausführungen in Abschnitt 2.3 als Lösung folgender Gleichung:

$$I_0 * (1+Q)^T + \sum_{i=1}^n M_i * (1+Q)^{T-t_i} = I_{n+1}. \quad (2.17)$$

Der interne Zinssatz R^{iz} über das gesamte Zeitintervall errechnet sich dann gemäß

$$1 + R^{iz} = (1+Q)^T.$$

Nach Substitution dieser Größe nimmt Gleichung (2.17) folgende Form an:

$$I_0 * (1 + R^{iz}) + \sum_{i=1}^n M_i * (1 + R^{iz})^{\frac{T-t_i}{T}} = I_{n+1}. \quad (2.18)$$

Division durch den Anfangsinventarwert I_0 , der als verschieden von null angenommen wird, ergibt

²⁸ Die Methode zur Berechnung der zeitgewichteten Rendite unter Verwendung des internen Zinssatzes innerhalb einzelner Perioden wird in der angelsächsischen Literatur als *modifizierte BAI-Methode* (Bank Administration Institute) bezeichnet (vgl. z. B. [AIMR 97] sowie [Dietz/Kirschman 90]).

$$1 * (1 + R^i)^T + \sum_{i=1}^n \frac{M_i}{I_0} * (1 + R^i)^{\frac{T-t_i}{T}} = \frac{I_{n+1}}{I_0}. \quad (2.19)$$

Diese Form der Bestimmungsgleichung für den internen Zinssatz spielt für die Untersuchung hinsichtlich der Güte der Näherung (vgl. Abschnitt 2.6.7.2) eine große Rolle, da anhand dieser Gleichung ersichtlich wird, dass man sich bei der Simulation beliebiger Kontostaffeln ohne Einschränkung der Allgemeinheit stets auf Kontostaffeln innerhalb des Zeitintervalls von 0 bis 1 beschränken kann. Zudem lassen sich die Inventarwerte und Mittelbewegungen zu Vielfachen des Anfangsinventarwerts I_0 skalieren. Die zeitliche Länge wird bei dieser Vorgehensweise indirekt durch die angenommene Volatilität und mittlere Rendite berücksichtigt.

Ein Aspekt, der in Abschnitt 2.3 nicht angesprochen wurde, ist die Frage nach der Eindeutigkeit des internen Zinssatzes, also die Frage, ob Gleichung (2.17) für *alle* Zahlungsströme nur eine Lösung besitzt. Folgendes Beispiel zeigt, dass dies nicht der Fall ist.

Beispiel 2.13 (Kontostaffel ohne eindeutig definierten internen Zinssatz):

<i>Datum</i>	<i>Mittelbewegung</i>	<i>Inventarwert</i>
01.01.2007		10
01.04.2007	8	
01.06.2007	-8	
01.08.2007	-1	
01.10.2007	+1	
31.10.2007		0,2

Tabelle 2.25: Kontostaffel, für die Gleichung (2.17) mehrere Lösungen besitzt.

Ausgehend von Gleichung (2.17) führt obige Kontostaffel nach der Substitution von $x := (1 + Q)^{30}$ zu der Gleichung

$$10 * x^{10} + 8 * x^7 - 8 * x^5 - x^3 + x = 0,2.$$

Die Lösungen ergeben sich somit als Nullstellen der Gleichung $f(x) = 0$ mit

$$f(x) = 10 * x^{10} + 8 * x^7 - 8 * x^5 - x^3 + x - 0,2.$$

Abbildung 2.11 verdeutlicht, dass diese Funktion auf der positiven x-Achse nicht nur eine, sondern drei Nullstellen besitzt.

Im Allgemeinen ist der interne Zinssatz also nicht eindeutig bestimmt. Ob in diesen Fällen die Lösungen *überhaupt noch* als interne Zinssätze interpretiert werden können, ist in der Litera-