

Emiliano Cristiani

# Chiamalo x!

*ovvero*

Cosa fanno i matematici?

*i*blu

 Springer



***i*blu** pagine di scienza

Emiliano Cristiani

# **Chiamalo x!**

*ovvero*

Cosa fanno i matematici?

 Springer

ISBN 978-88-470-1090-1  
e-ISBN 978-88-470-1091-8

Springer fa parte di Springer Science+Business Media  
springer.com

© Springer-Verlag Italia, Milano 2009

Quest'opera è protetta dalla legge sul diritto d'autore, e la sua riproduzione è ammessa solo ed esclusivamente nei limiti stabiliti dalla stessa. Le fotocopie per uso personale possono essere effettuate nei limiti del 15% di ciascun volume dietro pagamento alla SIAE del compenso previsto. Le riproduzioni per uso non personale e/o oltre il limite del 15% potranno avvenire solo a seguito di specifica autorizzazione rilasciata da AIDRO, Via Corso di Porta Romana n. 108, Milano 20122, e-mail [segreteria@aidro.org](mailto:segreteria@aidro.org) e sito web [www.aidro.org](http://www.aidro.org). Tutti i diritti, in particolare quelli relativi alla traduzione, alla ristampa, all'utilizzo di illustrazioni e tabelle, alla citazione orale, alla trasmissione radiofonica o televisiva, alla registrazione su microfilm o in database, o alla riproduzione in qualsiasi altra forma (stampata o elettronica) rimangono riservati anche nel caso di utilizzo parziale. La violazione delle norme comporta le sanzioni previste dalla legge.

Collana ideata e curata da: Marina Forlizzi

Redazione: Barbara Amorese

Impaginazione: le-tex publishing services oHG, Leipzig

Progetto grafico di copertina di Simona Colombo, Milano

Immagine di copertina: © Heide Benser/zefa/Corbis

Stampa: Grafiche Porpora, Segrate, Milano

*Stampato in Italia*

Springer-Verlag Italia S.r.l., via Decembrio 28, I-20137 Milano

*Everything should be made as simple as possible,  
but not simpler.*

Albert Einstein

# Prefazione

## di Michele Emmer

### Matematica, ma sul serio, bellezza!

C'è la tendenza ad esagerare grossolanamente le differenze tra i processi mentali dei matematici e quelli delle altre persone, ma non si può negare né che il talento per la matematica sia uno dei doni più specializzati né che nel loro insieme i matematici si distinguano in modo particolare per versatilità o abilità generali.

Così scriveva nel 1940 nell'autobiografia *Apologia di un matematico* Godfrey H. Hardy. Un altro famoso matematico, André Weil, ha scritto:

La matematica ha questa peculiarità: che chi non è matematico non la capisce.

Scrivendo ancora Hardy:

Per un matematico di professione è un'esperienza melanconica mettersi a scrivere sulla matematica. La funzione del matematico è quella di fare qualcosa, di dimostrare nuovi teoremi e non di parlare di ciò che è stato fatto da altri matematici o da lui stesso. Non c'è disprezzo più profondo né tutto sommato più giustificato di quello che gli uomini *che fanno* provano verso gli uomini *che spiegano*. Esposizione, critica, valutazione sono attività per cervelli mediocri.

Insomma riassumendo: è una impresa disperata riuscire a parlare di matematica a quelli che matematici non sono e si corre anche il rischio di essere considerati delle menti mediocri se lo si fa. Con

queste premesse, perché in questi ultimi anni si scrivono tanti libri che parlano di matematica, si realizzano film e spettacoli teatrali, si organizzano tanti incontri con i matematici? Non ci sono dubbi che sia subentrata una certa moda di parlare della matematica. Capita che centinaia di persone vadano a sentire un matematico tenere una conferenza, che non capiscano assolutamente nulla tranne i primi cinque minuti introduttivi, ma che siano comunque soddisfatti di aver partecipato a un *evento*, parola che andrebbe abolita. Ovviamente questo fenomeno non riguarda solo la matematica, che non è la sola materia ad avere il "privilegio" di non essere compresa dai non addetti ai lavori.

Parlare di matematica è un poco generico. Ci sono circa un centinaio di discipline che rientrano sotto la voce *Matematica*. Un matematico eccezionale è forse capace di padroneggiare quattro o cinque di queste discipline, capire qualcosa di un'altra decina, ma se gli capita di partecipare a un incontro di specialisti di una di quelle discipline di cui non si è mai occupato rischia di non capire nemmeno di cosa si stia parlando. Se poi si guarda ai film o ai libri recenti, ovviamente di matematica contemporanea se ne trova ben poca. Un esempio: il libro di Simon Singh, *L'ultimo teorema di Fermat*, tratto dal film omonimo che Singh aveva realizzato per la BBC un anno prima di scrivere il libro, che contiene tra l'altro i dialoghi dei matematici presenti nel film. Qualcuno dei lettori del libro, svariati milioni nel mondo, ha compreso la dimostrazione del teorema? Certamente no, non era nemmeno lo scopo di Singh farla capire. Erano le emozioni che comunicava Singh che interessavano i lettori, che avranno pure imparato qualche parola di matematica, come *curve ellittiche*, ma certo non volevano capire cosa fossero.

Alla fine di novembre del 2008 si è tenuto un incontro all'IN-DAM, l'Istituto Nazionale di Alta Matematica, per discutere se fosse possibile o meno convincere giornali, media e case editrici a parlare della matematica contemporanea. La conclusione più condivisa della riunione è stata che tutto sommato questo obiettivo non è facilmente raggiungibile e forse non è nemmeno utile provarci.

E allora perché scrivere da parte mia un'introduzione a un libro che vuole parlare di matematica, di matematica contemporanea, e farlo per un pubblico il più vasto possibile? L'idea di questo libro è certamente unica. Parlare di matematica contemporanea come

se si stessero scrivendo dei racconti. Parlare dei linguaggi, dei problemi, dei metodi che si utilizzano nella matematica di oggi. Certo non per tutte le discipline in cui è divisa la matematica, ma per un numero significativo.

Si dice sempre che la matematica è un linguaggio (non sto affatto dicendo che la matematica sia solo questo, tutt'altro) riservato a pochi, incomprensibile. Tanti si ricordano come un incubo i simboli algebrici visti a scuola, simboli elementari di una matematica di centinaia di anni fa. Ebbene in questo libro vi è contenuto il "matematichese" e la traduzione nel linguaggio parlato, di tutti i giorni. E le pagine scritte in linguaggio matematico, se comprese almeno nelle grandi linee, diventano esse stesse un elemento importante e interessante del libro. Non si rinuncia a simboli, a teorie e a metodi matematici, ma li si integrano in quello che è a tutti gli effetti un *racconto*. Non soltanto sulla matematica, ma di matematica. Uno stile accattivante, divertente, che usa tutte le possibili gamme di espressioni per far nascere quell'interesse senza il quale non vi può essere attenzione e comprensione. Una lezione morale in fondo, perché non si prende in giro il lettore affermando che tutto è facile, che tutto è semplice, che bastano pochi attimi di attenzione e si capisce tutto (il contrario di come la scienza e la matematica vengono rappresentate nel mondo della cultura di oggi). Un tentativo di creare un nuovo linguaggio tra il "matematichese" e quello di tutti i giorni per far capire, con elementi precisi e non solo con chiacchiere, quel grande mondo in cui ha senso cercare di penetrare: il mondo affascinante della matematica.

Un libro che vuole aprire una porta per consentire di accedere sul serio a questo mondo. Un libro che anche solo per questo varrebbe la pena leggere. Che oltre a questo fa divertire e fa pensare, un libro eversivo di questi tempi.

Roma, gennaio 2009

# Ringraziamenti

A Maurizio Falcone e a tutti i miei professori, che hanno trasformato uno studente in un matematico.

Agli amici matematici, che hanno trasformato un foglio bianco in un libro di matematica: Carlo Maria Zwölf, Annarita Di Noia, Daniele Graziani, Simone Cacace, Marco Pietrantuono, Andrea D'Ippolito, Anna Chiara Lai, Olivier Bokanowski, Giovanni Mastroleo, Francesco Rossi, Roberto Lagioia, Vincenzo Nesi, Adelaide "zia Lalla" Strizzi, Laura Mazzoli e in modo particolare Alessandro D'Andrea, senza il quale il capitolo sull'Algebra non avrebbe mai visto la luce.

Agli amici non matematici, che con i loro "qui non si capisce niente" hanno trasformato un libro di matematica in un libro divulgativo: Michela Petrocchi, Gabriella Strizzi, Christian Cotognini, Beatrice Petrucci, Fabio e Marina Cristiani, Valeria Madia, Quirino, Giacomo e Raffaella Malandrino.

A Michele Emmer, che ha trasformato la bozza di un libro in una proposta editoriale.

A Marina Forlizzi e Barbara Amorese, che hanno trasformato una proposta editoriale in un vero libro.

E infine a Erika Cotognini, che essendo una matematica, un'insegnante e mia moglie, ha collaborato alla stesura del libro in ogni forma conosciuta.

# Indice

<b>Prefazione</b> di Michele Emmer	VII
<b>Ringraziamenti</b>	XI
<b>Introduzione</b>	1
<b>1 La matematica moderna</b>	7
<b>2 Problemi di controllo ottimo</b>	15
<b>3 Spazi a più dimensioni</b>	21
<b>4 Analisi funzionale</b>	29
<b>5 Equazioni differenziali</b>	35
<b>6 Geometria differenziale</b>	43
<b>7 Geometria algebrica</b>	51
<b>8 Analisi numerica</b>	53
<b>9 Calcolo delle probabilità</b>	65
<b>10 Calcolo delle variazioni</b>	77
<b>11 Teoria dei numeri</b>	87
<b>12 Algebra</b>	99
<b>13 Logica matematica</b>	103
<b>14 Crittografia e teoria dei codici</b>	111

<b>15 Altra matematica</b>	<b>123</b>
<b>Appendice A • I matematici a congresso</b>	<b>135</b>
<b>Appendice B • Le barzellette dei matematici</b>	<b>139</b>

# Introduzione

*Ci vogliono dieci secondi per leggere una definizione,  
ma a volte ci vogliono dieci anni per capirla.*

Prof. V. Nesi

Abbiamo cercato di spiegare ogni concetto in modo semplice, senza per questo rinunciare al rigore scientifico imposto dall'argomento trattato.

Questa è la frase con cui inizia la maggior parte dei libri scientifici, siano essi libri divulgativi o testi universitari. Ovviamente al loro interno non c'è niente di semplice, e a volte quello che c'è non è neanche spiegato nel modo più semplice possibile.

*Chiamalo x!* è forse il primo libro di divulgazione scientifica in cui questa premessa viene meno, rinunciando a ogni pretesa di rigore scientifico. È questo, a mio avviso, il prezzo da pagare per far entrare l'uomo comune nell'incantato mondo dell'*Alta Matematica*.

Il motivo di questa scelta è semplice. Pensate per esempio a un chirurgo che sta per entrare in sala operatoria. A un collega dirà che sta per fare "un bypass di un aneurisma aortico" ma al paziente dirà che ha un rigonfiamento di un'arteria che deve essere eliminato con un tubicino. Sicuramente la seconda spiegazione è meno precisa della prima ma ha il considerevole pregio di essere compresa da chi si deve sottoporre all'intervento. Considerate ancora un ingegnere, alle prese con complicatissime equazioni. Alla domanda "che cosa stai facendo?" potrà rispondere con un semplice "sto progettando un ricevitore radio capace di intercettare segnali debolissimi". Questa risposta è decisamente sufficiente per placare la curiosità della maggior parte delle persone, anche se è ben lontana dallo spiegare nel dettaglio il problema dell'ingegnere.

Ora provate con un matematico:

- Che cosa stai facendo?
- Sto cercando di dimostrare che questo funzionale  $\Gamma$ -converge a un funzionale limite che devo minimizzare su un opportuno spazio di funzioni.
- Ahhh... E cioè?
- Cioè sto cercando di dimostrare che questo coso qui – indica una formula gigantesca – se scelgo questo  $\varepsilon$  molto piccolo, ha un comportamento simile (in un senso da precisare) a quest’altro coso qui – indica gesticolando – che è la cosa che sto studiando.
- Ahhh... Ora ho capito... Vabbè, ti lascio al tuo studio...

Inutile stare a spiegare la frustrazione che segue la conversazione. Il matematico, pur avendo fatto del suo meglio, si rende conto di parlare una lingua incomprensibile. Sa che essere più specifico non aumenta la comprensibilità della risposta, ma dire di meno non soddisfa l’interlocutore. Rinunciare al discorso *in toto*, con una frase del tipo “lascia stare non capiresti” darebbe l’impressione di superiorità. Non può far altro che tirare un sospiro e tornare al suo problema, rituffandosi nell’isolamento. Di contro, l’incauto curioso può sentirsi:

1. inferiore (risposta tipica: “lo non ci ho mai capito niente di matematica”);
2. offeso (risposta tipica: “Pensi che io sia così stupido da non capire?”);
3. arrabbiato (risposta tipica: “Voi matematici non sapete spiegare le cose in modo semplice, amate complicarvi la vita”).

La difficoltà di comunicazione nasce dal fatto che “spiegare matematica” equivale a “fare matematica”, cioè non si può spiegare la matematica senza usare i concetti che costituiscono la matematica stessa. Problema filosofico, questo, ben noto agli studenti di matematica che devono compilare il proprio piano di studi. Infatti, dopo aver superato i primi esami comuni a ogni indirizzo, essi devono scegliere i rimanenti corsi in base agli incomprensibili programmi forniti dai docenti, che recitano frasi del tipo:

Algebre e gruppi di Lie, teoria delle rappresentazioni, algebre di Banach e  $C^*$ -algebre commutative, coppie di Gelfand, spazi di Hilbert, operatori autoaggiunti, processo di Wiener, varietà proiettive ed ideali omogenei, nozioni generali dei  $k$ -insiemi di tipo  $(m, n)_1$  di un piano proiettivo di ordine  $q$ , invarianza omotopica, programmazione dinamica ed equazioni di Bellman, sintesi di controlli ottimi in forma feedback, omologia simpliciale, omotopia, fibrazioni e cofibrazioni,  $H$ -spazi. Senza dimenticare ovviamente anche il cobordismo ed i gruppi formali.

Inutile dire che tutte queste nozioni saranno appena comprensibili allo studente solo *dopo* aver seguito il corso e saranno chiare solo *dopo* aver superato l'esame.

Altro aspetto interessante è l'esistenza di un'attività di ricerca in matematica. Tutti sanno cosa vuol dire studiare matematica, ma quasi nessuno contempla la possibilità che ci siano cose nuove da scoprire. La figura del ricercatore in matematica non è solo incompresa ai più, ma è in generale considerata impossibile. Quando dichiaro di passare le mie giornate a fare ricerca in matematica, la replica più frequente non è "Cosa ricerchi?" ma è "Cosa vuol dire fare ricerca in matematica?". Domanda alla quale ho sempre difficoltà a rispondere. Penso che le ragioni di questo vadano ricercate nella scuola, dove la matematica viene insegnata *tout court*, senza alcun riferimento spazio-temporale, senza procedere per prove ed errori, senza mai accennare ai problemi aperti, come se tutto fosse già stato scoperto. Il resto lo fa l'oggettiva difficoltà della materia, che mal si presta ad approfondimenti ("È già tanto se sono stato promosso"). Nelle persone si radica così la convinzione che la matematica sia qualcosa di naturale, preesistente all'uomo, immutabile. E inutile.

Il programma di matematica del liceo scientifico copre una parte delle conoscenze matematiche fino al 1700, mentre in altri tipi di scuole va ancor peggio, fermandosi anche al 1500; è come se il programma di storia si fermasse alla scoperta dell'America e quello di letteratura a Ludovico Ariosto. Di conseguenza, la maggior parte delle persone associa alla parola "matematica" nozioni piuttosto datate. Negli ultimi secoli, all'insaputa della maggior parte delle persone, migliaia di matematici hanno inventato, scoperto e studiato nuovi concetti e nuovi strumenti sui quali si fonda la matematica moderna. Se avrete la pazienza di accompagnarvi fino