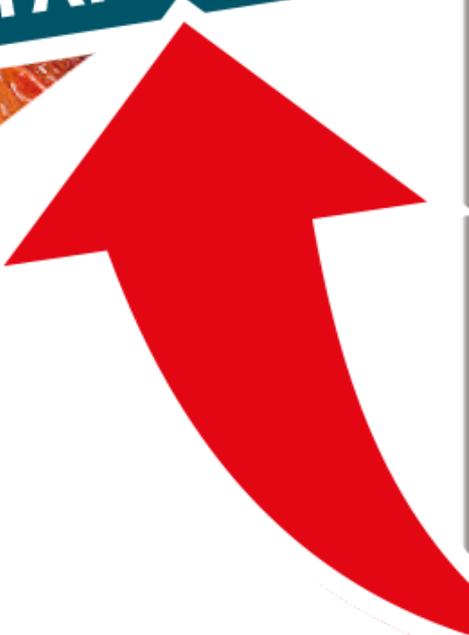


A photograph of several blood oranges, some whole and some sliced, arranged in a woven basket on a rustic wooden surface. The slices show the characteristic dark red, almost black, flesh of the variety.

**MEHR
ERFAHREN**

A large, thick red arrow pointing diagonally upwards and to the right, indicating growth or progress.

TRAINING

Four thick, parallel red diagonal stripes on the left side of the page, slanted downwards from left to right.

Realschule

Mathematik 6. Klasse

STARK

Inhalt

Vorwort an die Schüler*innen

Vorwort an die Eltern

Rationale Zahlen – Brüche, Dezimalzahlen, Prozente	1
1 Brüche	1
1.1 Der Bruchbegriff – Bruchteile	1
1.2 Bruchteile von Größen	4
1.3 Bestimmung des Ganzen	7
1.4 Brüche als Quotienten	9
1.5 Umwandeln eines unechten Bruchs in einen gemischten Bruch	10
1.6 Umwandeln eines gemischten Bruchs in einen unechten Bruch	11
1.7 Darstellung an der Zahlenhalbgeraden	12
1.8 Erweitern und Kürzen	14
2 Dezimalzahlen	19
2.1 Dezimalschreibweise von Brüchen	19
2.2 Umwandeln von Dezimalzahlen in gemeine Brüche	20
2.3 Umwandeln von Brüchen in Dezimalzahlen	21
2.4 Arten von Dezimalzahlen	24
2.5 Runden	26
3 Prozente	29
4 Die Menge \mathbb{Q} der rationalen Zahlen	33
4.1 Vergleichen und Ordnen von Brüchen	34
4.2 Vergleichen und Ordnen von Dezimalzahlen	40
4.3 Vergleichen und Ordnen von rationalen Zahlen	42
Rechnen mit rationalen Zahlen	44
1 Rechnen mit Brüchen	44
1.1 Addition und Subtraktion gleichnamiger Brüche	44
1.2 Addition und Subtraktion ungleichnamiger Brüche	50
1.3 Multiplikation eines Bruchs mit einer rationalen Zahl	55
1.4 Multiplikation von Brüchen	57
1.5 Division von Brüchen	59
1.6 Rechengesetze und Regeln im Umgang mit Brüchen	63
2 Rechnen mit Dezimalzahlen	71
2.1 Addition und Subtraktion von Dezimalzahlen	71
2.2 Multiplikation und Division von Dezimalzahlen	74
2.3 Rechnen mit Größen	81

(Fortsetzung nächste Seite)

3	Rechnen mit rationalen Zahlen	84
	Terme und Gleichungen	87
1	Terme, Wertetabellen und äquivalente Terme	87
1.1	Terme und Wertetabellen	87
1.2	Aufstellen von Termen	90
1.3	Äquivalente Terme	93
2	Lösen von Gleichungen	94
2.1	Vorkenntnisse – Aussage, Aussageform, Grund- und Lösungsmenge	94
2.2	Einfache Äquivalenzumformungen	95
2.3	Aufstellen von Gleichungen	100
2.4	Lösungsstrategien – Probieren und Rückwärtsrechnen	103
	Achsen Spiegelung und Symmetrie	105
1	Eigenschaften von Ur- und Bildfigur	105
2	Konstruktion von Bildpunkten	107
3	Fundamentalsätze	110
4	Fundamentalkonstruktionen – Senkrechte, Mittelsenkrechte, Lot und Winkelhalbierende	112
5	Übersicht: Eigenschaften achsensymmetrischer Dreiecke und Vierecke ...	118
	Flächeninhalt ebener Figuren	120
1	Vergleich von Figuren	120
2	Der Flächeninhalt des Parallelogramms	121
3	Der Flächeninhalt des Dreiecks	123
4	Der Flächeninhalt des Trapezes	125
5	Der Flächeninhalt des Drachenvierecks	126
6	Der Flächeninhalt eines Vielecks	128
7	Der Oberflächeninhalt von Quader und Würfel	131
	Rauminhalte	134
1	Raumeinheiten und Hohlmaße	134
2	Volumen von Quader und Würfel	137
3	Volumen von zusammengesetzten Körpern und Restkörpern	140
	Direkte Proportionalität und Prozentrechnung	143
1	Zuordnungen und Graphen	143
2	Direkte Proportionalität	147
2.1	Kennzeichen und grafische Darstellung	147
2.2	Berechnung fehlender Werte bei direkt proportionalen Zuordnungen	151

3	Prozentrechnung	154
3.1	Grundwert, Prozentwert, Prozentsatz	154
3.2	Berechnung des Prozentwerts	154
3.3	Berechnung des Grundwerts	157
3.4	Berechnung des Prozentsatzes	159
	Lösungen	163

Autor: Dirk Müller

Vorwort an die Schüler*innen

Liebe Schülerin, lieber Schüler,

du kannst mit diesem Buch den gesamten Lehrstoff der 6. Jahrgangsstufe trainieren und dein Wissen festigen.

Das Buch ist folgendermaßen aufgebaut:

- Jedes neue Thema beginnt mit einer **kurzen Einleitung**, die dich zur Durcharbeitung des Folgenden motivieren soll.
- In den **Merkkästen** wird der Stoff leicht verständlich erklärt.
- **Beispiele** erläutern und veranschaulichen den Inhalt.
- Es folgt eine Auswahl an abwechslungsreichen **Aufgaben**.
- Zu jeder Aufgabe gibt es ausführlich vorgerechnete **Lösungen** am Ende des Buches.

Arbeite mit dem Buch am besten wie folgt:

- Suche dir das Kapitel, das du bearbeiten willst.
- Löse ein paar Aufgaben und überprüfe die Lösungen.
- Wenn du die Aufgaben korrekt gelöst hast, bearbeite die übrigen Aufgaben des Kapitels, um zu sehen, ob du bereits den gesamten Stoff beherrschst.
- Kannst du eine Aufgabe nicht auf Anhieb lösen, arbeite zunächst die Merkkästen und Beispiele genau durch und setze dich dann erneut an die Aufgabe.
- Gelingt dir die Lösung der Aufgabe trotzdem nicht, markiere die Aufgabe und lies dir die Lösung hinten im Buch durch. Probiere nach einigen Tagen erneut, die Aufgabe zu lösen. Wenn dir das gelingt, kannst du sicher sein, sie verstanden zu haben.

Bei der Arbeit mit dem Buch wünsche ich dir Freude und viele Erfolgserlebnisse.



Dirk Müller

Vorwort an die Eltern

Liebe Eltern,

ich freue mich, dass Sie Ihr Kind auf dem Weg durch die Realschule unterstützen, und wünsche Ihnen dabei viel Erfolg.

Das Buch enthält das gesamte **Grundwissen** der 6. Jahrgangsstufe in prägnanter und schülergerechter Form und ist somit eine optimale Ergänzung zum Unterricht:

- Mithilfe von eingängigen Beispielen und abwechslungsreichen Aufgaben kann Ihr Kind den gesamten **Schulstoff nacharbeiten und festigen**.
- Bestehende **Lücken** können leicht **beseitigt** werden, indem das entsprechende Kapitel bearbeitet wird und die zugehörigen Aufgaben gerechnet werden.
- Ihr Kind kann sich mit dem Buch ideal **auf Klassenarbeiten vorbereiten** oder am Ende des Schuljahres den **gesamten Stoff wiederholen**.

Bitte berücksichtigen Sie folgende **Vorgehensweise** beim Einsatz des Buches:

- Ihr Kind sollte die Aufgaben selbstständig lösen, ohne den Lösungsteil zu benutzen – dieser dient nur der Überprüfung.
- Gelingt das Lösen der Aufgabe nicht, hilft es, wenn Ihr Kind zunächst das Grundwissen und die einschlägigen Beispiele durcharbeitet und sich anschließend erneut mit der Aufgabe befasst.
- Erscheint die Aufgabe dennoch im Moment zu schwierig, sollte Ihr Kind die Aufgabe markieren, sie mithilfe des Lösungsteils bearbeiten und nach einer gewissen Zeit die Aufgabe noch einmal selbst lösen.

Ich wünsche Ihrem Kind viel Freude bei der Arbeit mit dem Buch und anhaltenden Erfolg in der Schule.

A handwritten signature in black ink, appearing to read 'D. Müller', written in a cursive style.

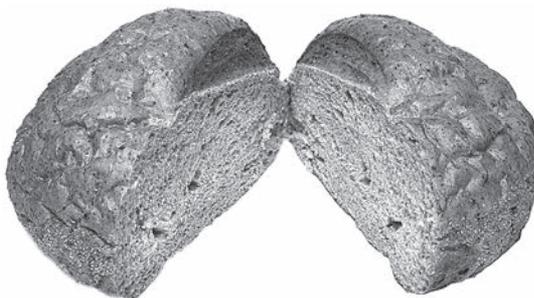
Dirk Müller

Rationale Zahlen – Brüche, Dezimalzahlen, Prozente

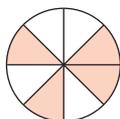
1 Brüche

1.1 Der Bruchbegriff – Bruchteile

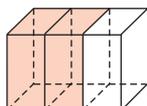
Brüche gibt es überall.
Schneidet man ein Brot in der Mitte auseinander, so erhält man zwei gleich große Hälften. Wie oft musst du diese Hälften noch halbieren um 8 Achtel zu erhalten?



Brüche und Bruchzahlen kann man sich besonders gut vorstellen, wenn man eine Menge oder eine Fläche in gleich große Teile zerlegt.



Die rot schraffierte Fläche entspricht $\frac{4}{8}$ der Gesamtfläche.



Die rot schraffierte Fläche entspricht $\frac{2}{3}$ des Gesamtkörpers.

3 → Zähler
— → Bruchstrich
4 → Nenner

gesprochen: „drei Viertel“

- Der **Nenner** steht unterhalb des Bruchstrichs und gibt an, in wie viele gleiche Teile geteilt wird.
- Der **Zähler** steht oberhalb des Bruchstrichs und gibt an, wie viele dieser Teile gebraucht werden.
- Der **Bruchstrich** trennt Zähler und Nenner.

Allgemein gilt:

Die Menge aller Zahlen der Form $\frac{a}{b}$, mit $a \in \mathbb{N}_0$ und $b \in \mathbb{N}$ heißt **Menge der positiven rationalen Zahlen**. In Zeichen: \mathbb{Q}_0^+

2 Rationale Zahlen – Brüche, Dezimalzahlen, Prozente

Beispiel

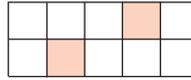
Welcher Bruchteil ist gefärbt?

Wie groß ist der Rest?

Lösung:

$$\text{Gefärbt: } \frac{2}{10}$$

$$\text{Rest: } \frac{8}{10}$$

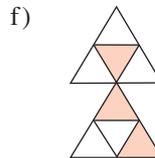
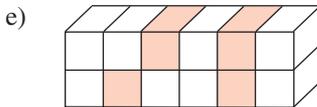
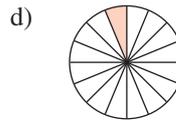
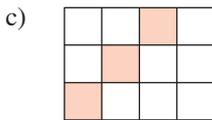
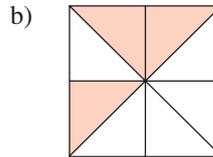
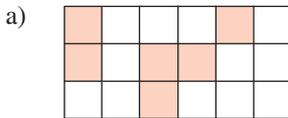


Anzahl aller Kästchen in den Nenner.

Anzahl der gefärbten Kästchen in den Zähler.

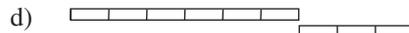
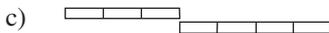
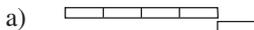
Es sind 10 Kästchen. In den Nenner wird daher 10 geschrieben. 2 Kästchen sind gefärbt. In den Zähler wird also 2 geschrieben.

- 1** Welcher Bruchteil wird durch die gefärbte Fläche dargestellt?
Wie groß ist der Rest?

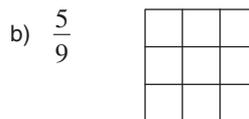
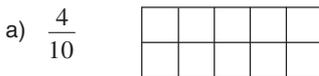


- 2** Wie viele Halbe, Drittel, Achtel oder Vierzigstel ergeben ein Ganzes?

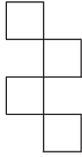
- 3** Welcher Bruchteil des Stabes ist abgebrochen?



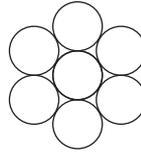
- 4** Färbe den angegebenen Bruchteil der Fläche mit dem Bleistift.



c) $\frac{3}{4}$



d) $\frac{5}{7}$



5 Zeichne jeweils ein geeignetes Rechteck und färbe die Bruchteile ein.

a) $\frac{4}{6}$

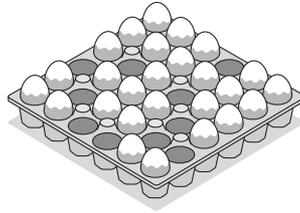
b) $\frac{3}{12}$

c) $\frac{12}{15}$

d) $\frac{5}{8}$

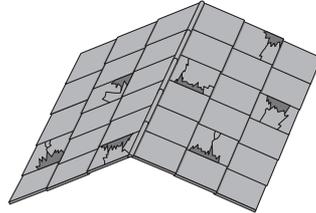
6 Hanna kauft Überraschungseier.

- Gib ein Überraschungsei als Bruchteil des Ganzen an.
- Welcher Bruchteil der Überraschungseier ist bereits verkauft?
- Welcher Bruchteil ist noch übrig?



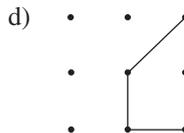
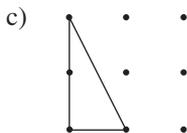
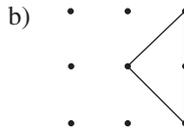
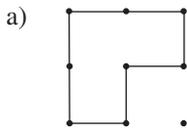
7 Bei einem Sturm wurden einige Dachschindeln eines Hausdaches beschädigt und müssen ausgetauscht werden.

- Welcher Bruchteil des Daches muss repariert werden?
- Welcher Bruchteil des Daches blieb beim Sturm unbeschadet?



8 In einem Park sollen Blumenbeete angelegt werden. Damit eine exakte Fläche bepflanzt werden kann, umspannt der Gärtner einen Teil der neun Holzpfosten mit einem Strick.

Welcher Bruchteil der Fläche wird jeweils bepflanzt?



1.2 Bruchteile von Größen

Bisher wurden hauptsächlich Bruchteile von geometrischen Figuren betrachtet. Bruchteile von Größen und Einheiten sind aber natürlich auch möglich.

Wie viel Euro sind $\frac{2}{5}$ von 100 €? Wie viele Minuten sind $\frac{6}{10}$ von einer Stunde?



Man kann mit einem **Bruch** $\frac{a}{b}$ den Anteil an einer beliebigen **Größe n (kg, min, €, ...)** angeben. Dabei **dividiert** man die **Maßzahl n** der Größe durch den **Nenner b** des Bruchs und **multipliziert** anschließend das Ergebnis mit dem **Zähler a** des Bruchs.
Die **Maßeinheit** wird beibehalten.

Beispiele

1. Wie viel Euro sind $\frac{2}{5}$ von 100 €?

Lösung:

$$100 \text{ €} : 5 = 20 \text{ €}$$

$$20 \text{ €} \cdot 2 = 40 \text{ €}$$

$\frac{2}{5}$ von 100 € sind somit 40 €.

100 ist die Maßzahl, der Nenner ist 5, der Zähler beträgt 2.

Teile die 100 € in 5 gleiche Teile.
Multipliziere dann mit 2.

2. Wie viele Minuten sind $\frac{6}{10}$ von 1 h?

Lösung:

$$1 \text{ h} = 60 \text{ min}$$

$$60 \text{ min} : 10 = 6 \text{ min}$$

$$6 \text{ min} \cdot 6 = 36 \text{ min}$$

$\frac{6}{10}$ von einer Stunde sind also 36 min.

Rechne in Minuten um.

Teile in 10 gleiche Teile.

Multipliziere dann mit 6.

3. Ein 350 cm langes Verkehrsschild ragt zu $\frac{4}{5}$ aus dem Boden.
Wie tief wurde es im Boden eingegraben?

Lösung:

$\frac{4}{5}$ von 350 cm

$$350 \text{ cm} : 5 = 70 \text{ cm}$$

$$70 \text{ cm} \cdot 4 = 280 \text{ cm}$$

$$350 \text{ cm} - 280 \text{ cm} = 70 \text{ cm}$$

Das Verkehrsschild wurde 70 cm tief eingegraben.

Zur Erinnerung: **Die wichtigsten Einheitsumrechnungen**

Länge: $1 \text{ m} = 100 \text{ cm} = 1\,000 \text{ mm}$

Volumen: $1 \ell = 1 \text{ dm}^3$
 $1 \text{ m}^3 = 1\,000 \text{ dm}^3$

Zeit: $1 \text{ h} = 60 \text{ min} = 3\,600 \text{ s}$
 $1 \text{ d} = 24 \text{ h}$
 $1 \text{ a} = 365 \text{ d}$

Masse: $1 \text{ kg} = 1\,000 \text{ g} = 1\,000\,000 \text{ mg}$

Fläche: $1 \text{ ha} = 10\,000 \text{ m}^2$
 $1 \text{ m}^2 = 10\,000 \text{ cm}^2$

9 Berechne die Bruchteile.

... von	24 kg	288 ha	96 €
$\frac{1}{2}$			
$\frac{8}{12}$			
$\frac{2}{3}$			
$\frac{5}{8}$			
$\frac{3}{4}$			

10 Wandle zuerst in die nächstkleinere Einheit um und berechne dann.

a) $\frac{2}{8}$ von 32 €

b) $\frac{7}{11}$ von 55 h

c) $\frac{2}{3}$ von 150 ℓ

d) $\frac{4}{5}$ von 3,55 t

e) $\frac{3}{16}$ von 64 a

f) $\frac{3}{7}$ von 21 m²

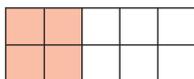
Lösungen

- 1** a) $\frac{6}{18}$ der Fläche sind gefärbt.
Der Rest beträgt $\frac{12}{18}$.
- b) $\frac{3}{8}$ der Fläche sind gefärbt.
Der Rest beträgt $\frac{5}{8}$.
- c) $\frac{3}{12}$ der Fläche sind gefärbt.
Der Rest beträgt $\frac{9}{12}$.
- d) $\frac{1}{16}$ der Fläche ist gefärbt.
Der Rest beträgt $\frac{15}{16}$.
- e) $\frac{4}{12}$ des Körpers sind gefärbt.
Der Rest beträgt $\frac{8}{12}$.
- f) $\frac{3}{8}$ der Fläche sind gefärbt.
Der Rest beträgt $\frac{5}{8}$.

- 2** 2 Halbe ergeben ein Ganzes.
3 Drittel ergeben ein Ganzes.
8 Achtel ergeben ein Ganzes.
40 Vierzigstel ergeben ein Ganzes.

- 3** a) $\frac{1}{5}$ ist abgebrochen.
- b) $\frac{2}{3}$ sind abgebrochen.
- c) $\frac{4}{7}$ sind abgebrochen.
- d) $\frac{3}{9}$ sind abgebrochen.

- 4** a) $\frac{4}{10}$



Zähle die Kästchen und schreibe ihre Anzahl in den Nenner.

Dann zähle die gefärbten Kästchen und schreibe ihre Anzahl in den Zähler.

In Aufgabe 1 a gibt es 18 Kästchen. 18 steht deshalb im Nenner.

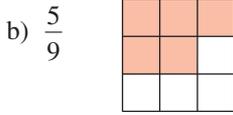
6 Kästchen sind gefärbt. 6 steht deswegen im Zähler.

Bei einem Ganzen steht im Zähler und im Nenner dieselbe Zahl, also $\frac{2}{2}$, $\frac{3}{3}$, $\frac{8}{8}$, $\frac{40}{40}$.

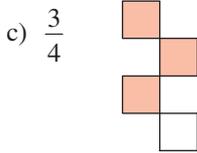
Der Stab lässt sich in 5 gleiche Teile teilen. 5 wird deswegen in den Nenner geschrieben.

Ein Teil ist abgebrochen. In den Zähler wird deshalb 1 geschrieben.

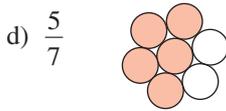
Die Anzahl der gefärbten Kästchen muss der Ziffer im Zähler entsprechen. Färbe also 4 von den 10 Kästchen.



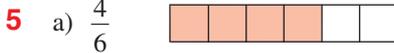
Färbe 5 von den 9 Kästchen.



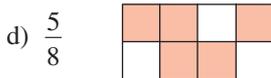
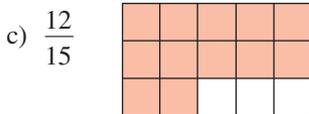
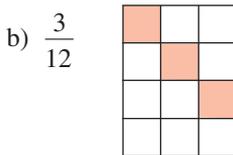
Färbe 3 von den 4 Kästchen.



Färbe 5 von den 7 Kreisen.



Der Nenner sagt dir, wie viele Kästchen das Rechteck haben soll.
Der Zähler gibt an, wie viele Kästchen du färben musst.



6 a) Ein Überraschungsei ist $\frac{1}{36}$ vom Ganzen.

Zähle, wie viele Überraschungseier in der Palette Platz hätten, und schreibe das Ergebnis in den Nenner.

b) $\frac{10}{36}$ der Überraschungseier sind bereits verkauft.

Zähle, wie viele Lücken die Palette hat, und schreibe das Ergebnis in den Zähler.

c) $\frac{26}{36}$ der Überraschungseier sind noch übrig.

Zähle, wie viele Eier in der Palette sind, und schreibe das Ergebnis in den Zähler.

- 7 a) $\frac{7}{35}$ des Daches müssen repariert werden.
 b) $\frac{28}{35}$ des Daches haben den Sturm unbeschadet überstanden.

Zähle, wie viele Dachschindeln das Haus hat, und schreibe das Ergebnis in den Nenner. Zähle, wie viele Dachschindeln kaputt sind, und schreibe das Ergebnis in den Zähler.

- 8 a) $\frac{3}{4}$ der Fläche werden bepflanzt.
 b) $\frac{1}{4}$ der Fläche wird bepflanzt.
 c) $\frac{1}{4}$ der Fläche wird bepflanzt.
 d) $\frac{3}{8}$ der Fläche werden bepflanzt.

Bestimme die Flächenstücke, aus denen sich die umspannte Fläche und die gesamte Fläche zusammensetzen lassen. Bestimme dann, wie oft diese Flächenstücke in die gesamte Fläche passen, und schreibe das Ergebnis in den Nenner. Bestimme, wie oft diese Flächenstücke in die umspannte Fläche passen, und schreibe das Ergebnis in den Zähler.

9 ... von	24 kg	288 ha	96 €
$\frac{1}{2}$	$(24 \text{ kg} : 2) \cdot 1 = \mathbf{12 \text{ kg}}$	$(288 \text{ ha} : 2) \cdot 1 = \mathbf{144 \text{ ha}}$	$(96 \text{ €} : 2) \cdot 1 = \mathbf{48 \text{ €}}$
$\frac{8}{12}$	$(24 \text{ kg} : 12) \cdot 8 = \mathbf{16 \text{ kg}}$	$(288 \text{ ha} : 12) \cdot 8 = \mathbf{192 \text{ ha}}$	$(96 \text{ €} : 12) \cdot 8 = \mathbf{64 \text{ €}}$
$\frac{2}{3}$	$(24 \text{ kg} : 3) \cdot 2 = \mathbf{16 \text{ kg}}$	$(288 \text{ ha} : 3) \cdot 2 = \mathbf{192 \text{ ha}}$	$(96 \text{ €} : 3) \cdot 2 = \mathbf{64 \text{ €}}$
$\frac{5}{8}$	$(24 \text{ kg} : 8) \cdot 5 = \mathbf{15 \text{ kg}}$	$(288 \text{ ha} : 8) \cdot 5 = \mathbf{180 \text{ ha}}$	$(96 \text{ €} : 8) \cdot 5 = \mathbf{60 \text{ €}}$
$\frac{3}{4}$	$(24 \text{ kg} : 4) \cdot 3 = \mathbf{18 \text{ kg}}$	$(288 \text{ ha} : 4) \cdot 3 = \mathbf{216 \text{ ha}}$	$(96 \text{ €} : 4) \cdot 3 = \mathbf{72 \text{ €}}$

- 10 a) $32 \text{ €} = 3\,200 \text{ ct}$
 $(3\,200 \text{ ct} : 8) \cdot 2 = \mathbf{800 \text{ ct}}$
 b) $55 \text{ h} = 3\,300 \text{ min}$
 $(3\,300 \text{ min} : 11) \cdot 7 = \mathbf{2\,100 \text{ min}}$
 c) $150 \text{ ℓ} = 150\,000 \text{ ml}$
 $(150\,000 \text{ ml} : 3) \cdot 2 = \mathbf{100\,000 \text{ ml}}$
 d) $3,55 \text{ t} = 3\,550 \text{ kg}$
 $(3\,550 \text{ kg} : 5) \cdot 4 = \mathbf{2\,840 \text{ kg}}$
 e) $64 \text{ a} = 6\,400 \text{ m}^2$
 $(6\,400 \text{ m}^2 : 16) \cdot 3 = \mathbf{1\,200 \text{ m}^2}$
 f) $21 \text{ m}^2 = 2\,100 \text{ dm}^2$
 $(2\,100 \text{ dm}^2 : 7) \cdot 3 = \mathbf{900 \text{ dm}^2}$

- 11 a) $A = 100 \text{ m} \cdot 40 \text{ m} = 4\,000 \text{ m}^2$
 $\frac{4}{10}$ von $4\,000 \text{ m}^2$:
 $(4\,000 \text{ m}^2 : 10) \cdot 4 = \mathbf{1\,600 \text{ m}^2}$
 Rest: $4\,000 \text{ m}^2 - 1\,600 \text{ m}^2 = \mathbf{2\,400 \text{ m}^2}$

Berechne zuerst mit der Formel
 $A = \text{Länge} \cdot \text{Breite}$ den Inhalt der Fläche.
 Teile dann die Fläche in 10 gleiche Teile.
 Multipliziere mit 4.



© **STARK Verlag**

www.stark-verlag.de
info@stark-verlag.de

Der Datenbestand der STARK Verlag GmbH ist urheberrechtlich international geschützt. Kein Teil dieser Daten darf ohne Zustimmung des Rechteinhabers in irgendeiner Form verwertet werden.

STARK